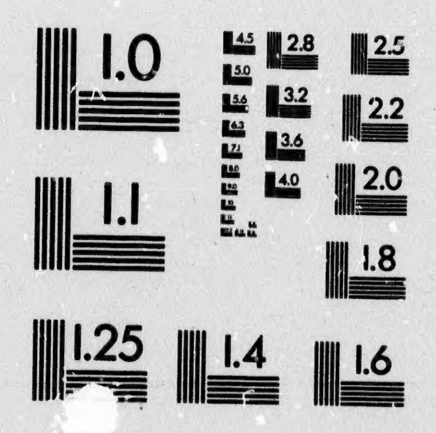
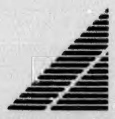
MICROCOPY RESOLUTION TEST CHART

(ANSI and ISO TEST CHART No. 2)



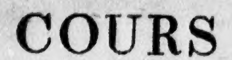



D



LES

IMPRIM



# COURS

# D'ARITHMÉTIQUE

## COMMERCIALE

CONTENANT

LES DEVELOPPEMENTS ET LES OPERATIONS UTILES

Dans la pratique du Commerce

PAR UN PROFESSEUR DE COMPTABILITÉ.










MONTRÉAL

IMPRIMERIE EUSÈBE SENÉCAL, 4, RUE ST. VINCENT.

# AVERTISSEMENT.

Si une connaissance à la fois théorique et pratique de l'arithmétique est utile à tous, elle est surtout indispensable aux personnes qui veulent suivre les carrières administratives et commerciales.

Mettre chacun à même d'acquérir facilement et en peu de temps une semblable connaissance, tel est le but que nous avons voulu atteindre en faisant imprimer ce cours d'arithmétique commerciale.

Nous avons évité d'y mettre des théories relevées ou abstraites qui ne conviennent qu'à des esprits déjà exercés ou qu'au petit nombre de ceux qui doivent faire une étude approfondie et spéciale des Mathématiques. Nous avons cherché à le rendre aussi facile et élémentaire que possible.

Quelque simple que soit ce traité, il n'en est pas moins complet. Les théories y sont démontrées par des raisonnements naturels et faciles. Nous nous sommes un peu étendu dans les raisonnements, parce que nous désirons apprendre aux enfants l'art de raisonner et de résoudre avec facilité et certitude les problèmes de l'Arithmétique.

# COURS
# D'ARITHMETIQUE
## COMMERCIALE.

---

### 1ère LEÇON.

#### Préliminaires.

1. L'*Arithmétique* est la science des nombres.

2. *Quantité ou grandeur.—Quantité ou grandeur* se dit de tout ce qui peut être augmenté ou diminué, comme le temps ou la durée, le poids, la longueur, etc.

3. La quantité ou grandeur est appelée *continue*, quand les unités qui composent son tout ne sont pas séparées entre elles : comme un poids, vingt-cinq livres ; une durée six mois ; une longueur, trente verges, etc.

4. La quantité ou grandeur est appelée *discontinue*, quand les unités qui composent son tout sont séparées entre elles : comme cent chevaux, quatre-vingts arbres, dix pommes, etc.

5. *Unité.* L'unité est une quantité ou grandeur parfaitement définie, qui sert à évaluer toutes les grandeurs de même espèce qu'elle. Elle est donc essentiellement le terme de comparaison entre elle-même et la quantité que l'on veut évaluer.

6. *Nombre.* Le nombre est la représentation d'une, de plusieurs unités, ou de quelques parties de l'unité. Il est

l'expression du rapport qui existe entre l'unité et une quantité quelconque. Ainsi, déterminer un nombre, c'est évaluer une quantité au moyen de l'unité propre à son évaluation.

7. *Nombre abstrait.*—On dit qu'un nombre est *abstrait*, quand il n'est appliqué à aucune quantité déterminée : comme huit, vingt, cinquante, deux cents, ou huit unités, huit dixièmes, vingt unités, vingt centièmes, etc.

8. *Nombre concret.*—On dit qu'un nombre est *concret*, quand il est appliqué à une quantité déterminée : comme huit verges, vingt dollars, cinquante livres, deux cents crayons, etc.

9. *Nombre entier.*—On dit qu'un nombre est *entier*, quand il n'est composé que d'unités entières : comme huit unités ou huit dollars, cinquante unités ou cinquante verges, cent cinquante unités ou cent cinquante livres, etc.

10. *Nombre fractionnaire.*—On dit qu'un nombre est *fractionnaire*, quand dans sa composition il entre des unités entières et des parties de l'unité : comme vingt unités cinq dixièmes ou vingt livres cinq onces, cinquante unités soixante-quinze centièmes ou cinquante gallons six pintes.

11. *Fraction.*—On dit qu'un nombre est une *fraction*, quand dans sa composition il n'entre que des parties de l'unité : comme cinq dixièmes ou vingt-cinq cents, etc.

12. La fraction est appelée *décimale* quand les parties qui la composent résultent du partage de l'unité en dix, en cent, en mille, etc., parties égales.

QUESTIONNAIRE.

1. Qu'est-ce que l'arithmétique ?—2. Qu'appelle-t-on quantité ou grandeur ?—3. Quand la quantité est-elle appelée continue ?—4. Quand est-elle appelée discontinue ?

—5. Qu'est-ce que l'unité ?—6. Qu'est-ce que le nombre ? —7. Qu'est-ce qu'un nombre abstrait ?—8. Un nombre concret ?—9. Un nombre entier ?—10. Un nombre fractionnaire ?—11. Une fraction ? – 12. Quand la fraction est-elle appelée décimale ?

---

## 2me LEÇON.

### Numération.

13. La numération est l'art de composer, de représenter ou d'énoncer les nombres.

14. La numération est *parlée* ou *écrite :* parlée, quand elle est émise ou produite au moyen de la parole ; écrite, quand elle est représentée au moyen de l'écriture.

### Numération parlée.

15. Pour énoncer les nombres, on fait usage d'une certaine quantité de mots appelés noms de nombre, savoir : *un, deux, trois, quatre, cinq, six, sept, huit, neuf, dix, onze, douze, treize, quatorze, quinze, seize, dix-sept, dix-huit, dix-neuf, vingt, trente, quarante, cinquante, soixante, soixante-dix, quatre-vingts, quatre-vingt-dix, cent, mille, million, billion, trillion,* etc. Ces mots et les combinaisons qu'on en fait résulter sont l'objet de la numération parlée

### Numération écrite.

16. Pour représenter les nombres, on fait usage de certains caractères appelés chiffres, savoir :

1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 0 ;

et par la combinaison de ses chiffres :

**10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21 ;**
**30 ; 40 ; 50 ; 60 ; 70 ; 80 ; 90 ; 100 ; 101 ; 110 ;**
**1,000 ; 1,000,000 ; 1,000,000,000 ; etc.**

Chacun de ces chiffres ou de ces nombres répond aux noms de nombres exprimés ci-dessus, et sont l'objet de la numération écrite.

**Composition des Nombres ou Application de la Numération parlée et écrite.**

17. Pour composer les nombres, on ajoute successivement l'unité à elle-même de la manière suivante :

18. *Unités simples ou de premier ordre.*—*Un* plus *un* égale *deux ; deux* plus *un* égalent *trois ; trois* plus *un* égalent *quatre ; quatre* plus *un* égalent *cinq* ; *cinq* plus *un* égalent *six ; six* plus *un* égalent *sept ; sept* plus *un* égalent *huit ; huit* plus *un* égalent *neuf.*

19. *Unités composées ou de deuxième ordre.*—Si à *neuf* unités, 9, nous ajoutons *une* unité, 1, nous obtiendrons *dix*, 10, première unité composée ou de deuxième ordre. Puis nous ajouterons successivement les autres unités simples 1, 2, 3, 4, etc., et nous aurons *onze,* 11, ou dix-un ; *douze,* 12, ou dix-deux ; *treize,* 13, ou dix-trois ; *quatorze,* 14, ou dix-quatre ; *quinze,* 15, ou dix-cinq ; *seize,* 16, ou dix-six ; *dix-sept,* 17 ; *dix-huit,* 18 ; *dix-neuf,* 19 ; *vingt,* 20, égalent *dix-neuf* unités, 19, plus *un.* 1.

Ajoutant successivement les neuf unités simples à *vingt* comme nous les avons ajoutées à dix, nous obtiendrons *vingt* et *un,* 21 ; *vingt-deux,* 22 ; *vingt-trois,* 23 ; *vingt-quatre,* 24 ; ...... *vingt-neuf,* 29 ; *vingt-neuf* plus *un* égalent *trente,* 30.

Agissant pour *trente,* comme nous l'avons fait pour vingt et pour dix, nous obtiendrons *trente et un,* 31 ; trente-deux, 32 ; trente-trois, 33 ;...... trente-neuf, 39 ; quarante, 40, sera *trente-neuf* plus *un.*

Opérant pour *quarante* comme nous avons opéré pour dix, pour vingt, etc., nous obtiendrons *quarante et un,* 41 ;

*quarante-deux*, 42 ; *quarante-trois*, 43 ; *quarante-quatre*, 44 ; ...... *quarante-neuf*, 49 ; *cinquante*, 50, sera *quarante-neuf* plus *un*.

Continuant ainsi pour les nombres suivants, nous obtiendrons successivement *cinquante et un*, 51 ; *cinquante-deux*, 52 ; ...... *cinquante-neuf*, 59 ; ce dernier nombre plus *un* sera *soixante*, 60 ; *soixante et un*, 61 ;...... *soixante-neuf*, 69 ; ce nombre plus *un* égale *soixante-dix*, 70 ; *soixante et onze*, 71 ;...... *soixante-dix-neuf*, 79 ; *soixante-dix-neuf* plus *un* égalera *quatre-vingts*, 80 ; *quatre-vingt-un*, 81 ;...... *quatre-vingt-neuf*, 89 ; *quatre-vingt-neuf* plus *un* égalera *quatre-vingt-dix*, 90 ; *quatre vingt-onze*, 91 ; *quatre-vingt-douze*, 92 ; ...... *quatre-vingt-dix-neuf*, 99.

20. *Unités composées ou de troisième ordre.*—Si à *quatre-vingt-dix-neuf* unités nous ajoutons *une* unité, nous obtiendrons *cent*, 100, unité composée ou de troisième ordre.

A cette nouvelle unité nous ajouterons successivement les quatre-ving-dix-neuf unités qui précédent, nous aurons pour résultat : *cent un*, 101 ;...... *cent neuf*, 109 ; *cent dix*, 110 ;...... *cent dix-neuf*, 119 ; *cent vingt*, 120 ;...... *cent vingt-neuf*, 129 ; *cent trente*, 130 ; *cent quarante*, 140 ; *cent cinquante*, 150 ; *cent soixante*, 160 ; *cent soixante-dix*, 170 ; *cent quatre-vingts*, 180 ; *cent quatre-vingt-dix*, 190 ; *deux cents*, 200 ; *trois cents*, 300 ;...... *neuf cent quatre-vingt-dix-neuf*, 999.

21. *Unités composées ou de quatrième ordre.*—Si nous ajoutons *une* unité à *neuf cent quatre-vingt-dix-neuf*, nous obtiendrons mille, 1000, troisième unité composée ou de quatrième ordre.

Ajoutant successivement a *mille* toutes les unités précédentes, nous obtiendrons *mille neuf cent quatre-vingt-dix-*

*neuf*, 1,999; ce nombre augmenté d'*une* unité donnera *deux mille*, 2,000; continuant de la même manière, nous obtiendrons successivement *trois mille*, 3,000; *quatre mille*, 4,000;...... *neuf mille*, 9,000; *neuf mille neuf cent quatre-vingt-dix-neuf*, 9,999.

22. *Unités composées ou de cinquième ordre.*—En ajoutant *une* unité au nombre précédent, nous obtiendrons *dix mille*, 10,000, quatrième unité composée ou de cinquième ordre.

En ajoutant successivement à *dix mille* les unités précédentes, nous obtiendrons *dix mille un*, 10,001;...... *onze mille*, 11,000;...... *dix mille dix*, 10,010;...... *dix mille cent*, 10,100;...... *onze mille un*, 11,001;...... *douze mille*, 12,000;...... *cinquante mille*, 50,000;...... *quatre-vingt dix-neuf mille neuf cent quatre-vingt dix-neuf*, 99,999.

23. *Unités composées ou de sixième ordre.*—Le nombre précédent plus *une* unité donnera *cent mille*, 100,000, unité composée ou de sixième ordre.

En ajoutant successivement à ce nombre tous ceux qui précédent, nous arriverons à obtenir *cent quatre-vingt-dix-neuf mille neuf cent quatre-vingt-dix-neuf*, 199,999; *deux cent mille*, 200,000, sera ce dernier nombre plus *un*. Puis on arrivera ainsi à *trois cent mille*, 300,000;...... *cinq cent mille*, 500,000;...... *neuf cent quatre-vingt-dix-neuf mille neuf cent quatre-vingt-dix-neuf*, 999,999.

24. *Unités composées ou de septième ordre.*—En ajoutant une unité au nombre précédent, on obtiendra *un million*, 1,000,000, unité composée ou de septième ordre; puis, par le même moyen, *deux millions*, 2,000,000;...... *cinq millions*, 5,000,000;...... *neuf millions*, 9,000,000; ...... *neuf millions neuf cent quatre-vingt-dix-neuf mille neuf cent quatre-vingt-dix-neuf*, 9,999,999.

25. *Unités composées ou de huitième ordre.*—Une unité ajoutée au dernier nombre donnera *dix millions*, 10,000,-000, unité composée ou de huitième ordre. Puis *cent millions*, 100,000,000, unité composée ou de neuvième ordre, etc.

QUESTIONNAIRE.

13. Qu'est-ce que la numération ?—14. Quelles sont les diverses espèces de numération ?—15. Que fait-on pour énoncer les nombres ?—16. Que fait-on pour représenter les nombres ?—17. Que fait-on pour composer les nombres ?—18. Composez les unités de premier ordre ?—19. Celles de deuxième ordre.—20. Celles de troisième ordre. —21. Celles de quatrième ordre.—22. Celles de cinquième ordre.—23. Celles de sixième ordre.—24. Celles de septième ordre.—25. Celles de huitième ordre.

---

## 3me LEÇON.

—

### Principes généraux de Numération.

26. Le principe absolu de la numération actuelle est donc celui-ci : dix unités d'un ordre quelconque forment une unité de l'ordre immédiatement supérieur.

27. Ainsi, dix unités simples ou de premier ordre forment une unité composée ou de deuxième ordre, appelée dizaine ; dix dizaines forment une unité composée ou de troisième ordre, appelée centaine ; dix centaines forment une unité composée ou de quatrième ordre, appelée mille ; dix mille forment une unité composée ou de cinquième ordre, appelée dizaine de mille ; dix dizaines de mille forment une centaine de mille ; dix centaines de mille forment un million, etc.

28. Il résulte de ce qui vient d'être dit :

1° Que tout chiffre d'un nombre quelconque, à l'exception du premier à droite, a deux valeurs : l'une fixe, absolue : c'est celle qui lui est propre ; l'autre variable, relative : c'est celle qu'il tient de la place, du rang qu'il occupe.

Dans 7452, le 2 a une valeur d'unités et n'a que celle-là ; le 5 a sa valeur d'unités, c'est sa valeur absolue, et sa valeur de dizaines, c'est sa valeur relative ; le 4 a sa valeur d'unités, c'est sa valeur absolue, et sa valeur de centaines, c'est sa valeur relative ; enfin le 7 a sa valeur d'unités, c'est sa valeur absolue, et sa valeur de mille, c'est sa valeur relative. Conséquemment ce nombre est un composé des quatre nombres suivants :

| | |
|---|---|
| 7000 | sept mille unités, |
| 400 | quatre cents unités, |
| 50 | cinquante unités, |
| 2 | deux unités, |

et qui donnent 7452.

29. 2° Que tout chiffre devient dix, cent, mille fois plus grand, à mesure qu'on l'avance d'un, de deux, de trois rangs vers la gauche ; et dix, cent, mille fois plus petit, à mesure qu'on l'avance d'un, de deux, de trois rangs vers la droite.

Dans le nombre dont il s'agit ici, le 2 représente des unités simples ou de première ordre ; s'il occupait le deuxième rang de droite à gauche, comme dans 7425, ses unités représenteraient des unités composées ou de deuxième ordre ; elles seraient dix fois plus fortes. Elles sont cent fois plus fortes dans 7245, parce qu'elles y occupent le troisième rang, et mille fois plus fortes dans 2745 ; et, par opposition, chaque chiffre déplacé est devenu dix fois plus faible.

30. 3° Que tout chiffre doit occuper la place des unités dont il est la représentation, pour conserver à chaque chiffre placé à sa droite ou à sa gauche la valeur que lui assigne cette place.

Dans le nombre 7452, où se trouvent les quatre nombres 7,000, 400, 50 et 2, le 7 est au quatrième rang, parce qu'il représente les unités de mille ; le 4 au troisième rang, parce qu'il représente les unités de cent ou centaines ; le 5 au deuxième rang, parce qu'il représente les dizaines, et le 2 au premier rang, parce qu'il représente les unités.

31. 4° Lorsque, dans un nombre, un ordre d'unités n'existe que fictivement, on doit le représenter par un zéro.

Si dans 7452, les quatre centaines n'existaient pas, on écrirait 7052 ; si les cinq dizaines étaient également supprimées, on aurait 7002 ; et si l'on supprimait aussi les unités simples, on n'aurait plus que 7000. Autrement le nombre deviendrait dix, cent, mille, etc., fois plus petit.

QUESTIONNAIRE.

26. Quel est le principe de la numération actuelle ?—27. Que forment dix unités simples ?—28. Que résulte-t-il de ce qui vient d'être dit ?—29. Que devient tout chiffre quand on l'avance d'un, de deux, de trois, etc., rangs vers la gauche ?—Vers la droite ?—30. Quelle place tout chiffre d'un nombre doit-il occuper ?—31. Lorsque dans un nombre un ordre d'unités manque, que faut-il faire ?

---

## 4me LEÇON.

### Des Fractions Décimales.

32. Pour l'évaluation de certaines quantités ou grandeurs, on a souvent besoin de termes de comparaison plus

petits que l'unité qui sert à cette évaluation. On a donc imaginé de partager l'unité en parties de dix en dix fois plus petites et auxquelles on a donné le nom de *décimales*.

33. On appelle *fractions décimales*, ou plus simplement *décimales*, une ou plusieurs parties de l'unité partagée en dix parties semblables.

34. Chacune de ces parties ou dixièmes est partagée en dix parties ou centièmes;

Chaque centième est partagé en dix parties ou millièmes;

Chaque millième est partagé en dix parties appelées dix-millièmes;

Chaque dix-millième est partagé en dix parties ou cent-millièmes;

Chaque cent-millième en millionièmes;

Chaque millionième en dix-millionièmes;

Chaque dix-millionièmes en cent-millionièmes, etc.

35. Dans une unité, il y a donc:

Ou dix-dixièmes;

Ou cent centièmes;

Ou mille millièmes;

Ou dix mille dix-millièmes;

Ou cent mille cent-millièmes;

Ou un million de millionièmes.

36. Pour apprécier exactement les fractions décimales, il suffit de partager une longueur quelconque, une verge de ruban, par exemple, 1° en dix parties; 2° chacune de ces parties en dix nouvelles parties; 3° chacune de ces dernières parties en dix autres parties, etc.: le premier partage offrira des dixièmes; le second, des centièmes; le troisième, des millièmes.

37. Les fractions décimales s'écrivent avec les mêmes

caractères que les nombres entiers, se placent à leur droite, par suite du principe de la numération, et en sont séparées par une virgule.

Comme dans vingt entiers cinq dixièmes, que l'on écrit en chiffres, 20,5 ; quarante cinq entiers soixante-quinze centièmes, que l'on écrit en chiffres, 45,75 ; cent dix entiers deux cent quinze millièmes, que l'on écrit, 110,215 ; soixante-douze entiers sept mille cinq cent soixante-quatorze dix-millièmes, que l'on écrira, 72,7574.

38. Quand on veut écrire un nombre entier accompagné de décimales, on écrit d'abord le nombre entier, ensuite la virgule, puis les décimales ; c'est-à-dire qu'on écrit ce nombre comme l'écriture ordinaire, de gauche à droite. Le premier chiffre à droite de la virgule représente les dixièmes ; le second, les centièmes ; le troisième, les millièmes ; le quatrième, les dix-millièmes, etc.

Ainsi, dans le nombre 5,415, il y a cinq entiers ; puis, à droite de la virgule, il y a quatre dixièmes, un centième et cinq millièmes.

39. S'il manque un ordre d'unités dans un nombre entier, on doit le représenter par un zéro (31,4°). Il en est de même dans un nombre décimal.

Soit le nombre cent cinq unités cinq centièmes, nous écrirons 105,05. Les dizaines manquent dans le nombre entier 105, et les dixièmes dans le nombre décimal 0,05 ; nous les avons figurées par un zéro. Soit encore quatre mille deux entiers et deux mille cinq dix-millièmes : nous écrirons 4002,2005. Les dizaines et les centaines manquent au nombre entier, les centièmes et les millièmes au nombre décimal ; nous les avons figurés par des zéros.

40. Si l'on avait à représenter une décimale seulement, on écrirait un zéro pour représenter les unités entières ou le nombre entier suivi de la virgule, et à sa droite on écrirait le nombre décimal.

Soit à écrire deux cent dix-sept millièmes, on écrira 0,217; soit deux cent quinze dix-millièmes, on écrira 0,0215; soit, enfin, un dix-millième, on écrira 0,0001.

41. Il y a trois manières de lire ou d'énoncer un nombre composé d'unités entières et de décimales, ou de décimales seulement: 1° Soit à lire le nombre 80,315. On lira d'abord le nombre entier quatre-vingts entiers; puis le nombre décimal, en donnant à ce dernier nombre le nom de la dernière décimale de droite: trois cent quinze millièmes. Soit à lire 15,9000: on lira quinze entiers neuf mille dix-millièmes. Soit encore à lire 0,35109: on lira trente-cinq mille cent neuf cent-millièmes, sans mentionner le zéro, qui tient la place des unités entières qui manquent. Cette manière d'énoncer un nombre accompagné de décimales est la plus généralement usitée.

2° Soit à exprimer 112,7545. On lira d'abord le nombre entier, puis les décimales une à une: sept dixièmes, cinq centièmes, quatre millièmes, cinq dix-millièmes;

3° Soit à exprimer 26,504. On lira le nombre tout entier et comme si la virgule n'existait pas, mais en lui donnant le nom de la dernière décimale: vingt-six mille cinq cent quatre millièmes, parce que 26 entiers réduits en millièmes contiennent 26000 millièmes; et si à ce nombre on ajoute 504 millièmes, on aura

26000 millièmes,
+ 504 millièmes,

= 26504 millièmes.

QUESTIONNAIRE.

32. Pour l'évaluation de certaines quantités ou grandeurs, qu'est-on obligé de faire ? — 33. Qu'appelle-t-on fractions décimales ? — 34. Comment est partagé chaque

centième ? Chaque millième ? Chaque dix-millième ? Chaque cent-millième ? Chaque millionième ? Chaque dix-millionième ?—35. Qu'y a-t-il donc dans une unité ?—36. Que fait-on pour apprécier exactement les fractions décimales ?—37. Comment s'écrivent les fractions décimales ?—38. Quand on veut écrire un nombre entier accompagné de décimales, que doit-on faire ?—39. Que fait-on quand un ordre d'unités manque aux fractions ?—40. Que ferait-on si l'on n'avait à écrire qu'une fraction décimale seule ?—41. Dites les trois manières principales d'énoncer les nombres décimaux.

---

## 5me LEÇON.

### Des operations de l'Arithmétique.

42. Pour résoudre toutes les questions qui ont l'arithmétique pour objet, on fait usage de quatre règles appelées *opérations générales* ou fondamentales, savoir : l'*addition*, la *soustraction*, la *multiplication* et la *division*.

43. On nomme *proposition arithmétique* l'énoncé de toute question dont la solution s'obtient au moyen du calcul.

44. On appelle *calcul* l'action de combiner les chiffres pour obtenir la solution de toute proposition.

45. Tout résultat de proposition obtenu au moyen de la combinaison des chiffres, c'est-à-dire du calcul se nomme *solution*.

46. On appelle *axiome* toute vérité évidente par elle-même, c'est-à-dire qui n'a pas besoin d'une démonstration pour être établie.

47. En arithmétique, toute proposition se nomme *théorème* ou *problème*.

48. On appelle *théorème* toute vérité non évidente par elle-même, c'est-à-dire qui a besoin d'une démonstration pour devenir évidente.

49. On appelle *problème* toute question proposée qui demande une solution.

50. En arithmétique on fait usage de certains signes abréviatifs pour rendre le calcul plus rapide.

51. Ces signes sont :

Pour l'addition ( + ), qui signifie *plus ;*
Pour la soustraction (—), qui veut dire *moins ;*
Pour la multiplication ( × ), qui veut dire *multiplié par ;*
Pour la division (:) ou (—), qui veut dire *divisé par ;*

*Remarque.*—Ce dernier signe (—), qui est celui de la division, n'est en usage que dans les fractions ordinaires. Ainsi dans la fraction $\frac{3}{4}$ le signe (—) est celui de la division.

Pour l'égalité, on emploie le signe (=), qui veut dire *égal* ou *est égal à.*

QUESTIONNAIRE.

42. – De quoi fait-on usage pour résoudre les questions qui ont l'arithmétique pour objet ?—43. Que nomme-t-on proposition arithmétique ?—44. Qu'appelle-t-on calcul ?—45. Comment nomme-t-on tout résultat obtenu au moyen du calcul ?—46. Qu'appelle-t-on axiome ?—47. En arithmétique, comment se nomme toute proposition ?—48. Qu'appelle-t-on théorème ?—49. Qu'appelle-t-on problème ?—50. En arithmétique, de quoi fait-on usage pour rendre le calcul plus rapide ?—51. Quels sont ces signes et que signifient-ils ?

# 6me LEÇON.

## Addition des nombres entiers.

52. L'addition est une opération arithmétique qui a pour objet de composer un nombre de toutes les unités de plusieurs nombres proposés.

53. Le résultat de toute opération de cette nature se nomme *somme* ou *total*.

54. Pour composer un nombre avec plusieurs nombres d'un seul chiffre, il faut ajouter les unités du deuxième nombre aux unités du premier, les unités du troisième aux unités des deux précédents, les unités du quatrième à celles des trois premiers, et ainsi de suite.

*Exemple.*—Je veux ajouter ensemble les nombres 4, 6, 9, 2, 3, 5 et 7.

Employant le signe de l'additon et celui de l'égalité, je dirai : $4+6=10+9=19+2=21+3=24+5=29+7=36$. J'obtiens 36 pour somme ou total. On peut abréger et dire plus simplement : $4+6+9+2+3+5+7=36$.

55. Quand on veut faire une addition de deux ou de plusieurs nombres composés de plusieurs chiffres, il faut écrire ces nombres de manière que les unités de même espèce soient placées les unes au-dessous des autres, de manière que les unités, les dizaines, les centaines, les mille, etc., se correspondent directement.

56. Pour faire l'addition, on commence par la droite, 1° parce que les dizaines provenant de l'addition des unités doivent être ajoutées aux unités de la colonne suivante, c'est-à-dire aux dizaines ; 2° parce que les centaines provenant de la colonne des dizaines doivent être ajoutées

aux unités de la colonne suivante, c'est-à-dire aux centaines, etc.

57. Lorsque l'addition des unités d'une colonne donne un nombre inférieur à dix, on écrit ce nombre tel qu'il est.

58. Lorsque l'addition d'une colonne quelconque donnera dix ou dix répété un certain nombre de fois exactement, on posera zéro, et l'on ajoutera à la colonne suivante l'unité autant de fois que le nombre dix aura été trouvé.

1er *Exemple*: Soit à additionner les nombres suivants, 359, 718, 452, et 371.

J'écrirai ces quatre nombres les uns au-dessous des autres dans l'ordre vertical, c'est-à-dire de haut en bas, comme il suit:

$$\begin{array}{r} 359 \\ +\ 718 \\ +\ 452 \\ +\ 371 \\ \hline =\ 1900 \end{array}$$

Puis employant les signes de l'addition et de l'égalité, je dirai, en commençant par la droite ou la colonne des unités, $9+8=17+2=19+1=20$ ou deux dizaines; je pose zéro, comme il a été dit plus haut, et je retiens deux unités que j'ajoute aux unités de la colonne suivante ou des dizaines, $2+5=7+1=8+5=13+7=20$ ou deux dizaines; je pose zéro et je retiens 2, que je reporte à la colonne suivante ou des centaines, $2+3=5+7=12+4=16+3=19$, et, comme ce nombre est le total de la dernière colonne de gauche, je le pose tout entier. Le total de l'opération égale donc 1900.

2e *Exemple*: J'ai fait les 6 payements suivants: le premier, de 6740 dollars; le deuxième, de 1575 dollars: le

troisième, de 9790 dollars ; le quatrième de 8809 dollars : le cinquième, de 11875 dollars, et le sixième, de 515 dollars. Quel est le total de mes déboursés ?

Je pose les six nombres,

$$\begin{array}{r} 6740 \\ +\ 1575 \\ +\ 9790 \\ +\ 8809 \\ +\ 11875 \\ +\ 515 \\ \hline =\ 39304 \end{array}$$

Je dis $5+9=14+5=19+5=24$ ; je pose 4 et je retiens 2 ; puis $2+4=6+7=13+9=22+7=29+1=30$ ; je pose 0 et je retiens 3 ; puis $3+7=10+5=15+7=22+8=30+8=38+5=43$ ; je pose 3 et je retiens 4 ; je continue : $4+6=10+1=11+9=20+8=28+1=29$ ; je pose 9 et je retiens 2 ; additionnant la dernière colonne, je dis $2+1=3$. J'ai donc obtenu $3+9+3+0+4$ ou 39304 unités pour le total entier.

## Preuve de l'addition.

59. La preuve d'une opération arithmétique est la vérification de l'exactitude de cette opération.

60. Pour faire la preuve de l'addition, on renverse l'ordre des nombres et on fait l'addition par où on l'a terminée dans la règle générale.

*Exemple* : Un commerçant à vendu cinq pièces d'étoffe ; la première, de 45 verges ; la seconde, de 39 verges ; la troisième, de 37 verges ; la quatrième, de 24 verges ; la cinquième, de 33 verges. Combien ce commerçant a-t-il vendu de verges d'étoffes ?

| *Règle.* | | *Preuve.* | |
|---|---|---|---|
| 1ère pièce | 45 | 5e pièce | 33 |
| 2e | 39 | 4e | 24 |
| 3e | 37 | 3e | 37 |
| 4e | 24 | 2e | 39 |
| 5e | 33 | 1ère | 45 |
| Total, | 178 v. d'étoffe. | Total, | 178 v. d'étoffe. |

Comme on le voit, dans cette preuve, nous avons interverti l'ordre des quantités.

Observons que l'on peut recommencer l'opération en procédant en sens inverse, c'est-à-dire en additionnant de bas en haut.

61. On peut encore faire la preuve de l'addition en partageant en deux la totalité des nombres, et, après avoir additionné chaque partie, faire l'addition des deux totaux partiels ; ce dernier total doit être celui de la règle.

*Exemple :* Dans le courant d'une semaine, un marchand a vendu : le lundi, 217 verges d'étoffe ; le mardi, 416 verges ; le mercredi, 629 verges ; le jeudi, 299 verges ; le vendredi, 815 verges ; le samedi, 746 verges. Quel est le nombre de verges que ce marchand a vendues ?

| *Règle.* | *Preuve.* | | |
|---|---|---|---|
| 217 | 217 | Total des trois premiers jours.............. | 1262 |
| 416 | 416 | | |
| 629 | 629 | | |
| 299 | 299 | Total des trois derniers jours ....... | 1860 |
| 815 | 815 | | |
| 746 | 746 | | |
| Total, 3122 | | Total....... | 3122 |

62. On peut encore faire la preuve de cette opération en additionnant une seconde fois tous les nombres, moins celui du haut ou tout autre, puis retrancher, du premier

total le second trouvé ; le reste de cette soustraction doit être semblable au nombre non compris dans la seconde addition.

63. On peut encore faire la preuve de l'addition en la recommençant par la gauche, et en posant tous les résultats partiels tels qu'ils viennent, de manière qu'il soit facile de les additionner. Il faut aussi avoir le soin de ne pas changer l'ordre des chiffres à mesure qu'on les pose.

*Exemple :* Dans le courant d'une journée, un banquier a payé les quatre sommes suivantes : 475 dollars, 1816 dollars, 36 dollars et 9840 dollars. Quel est la somme totale que ce banquier a payé ?

| | *Règle.* | | | *Preuve.* | |
|---|---|---|---|---|---|
| | 475 | dol. | | 10... | dol. |
| | 1816 | | | .20.. | |
| | 36 | | | ..15. | |
| | 9840 | | | ...17 | |
| Total, | 12167 | | Total, | 12167 | |

EXERCICES.

Quel est le total des nombres suivants ?

1° 35 + 42 + 675 + 895 + 714 + 390 ;
2° 980 + 790 + 8743 + 71094 + 3784 + 8789 ;
3° 273 + 975 + 9749 + 9009 + 19047 + 890 ;
4° 81740 + 39740 + 57849 + 91750 + 29480 ;
5° 330070 + 84970 + 94981 + 8917 + 97640 ;
6° 93 + 80000 + 19094 + 99045 + 8497850.

PROBLÈMES.

1° Un commerçant paye les 6 billets suivants échus : le premier de $ 6740 ; le second de $ 735 ; le taoisième de $ 900 ; le quatrième de $ 3175 ; le cinquième de $ 1295 et

le sixième de $ 2880. Quelle somme a-t-il déboursée pour le payement de ces billets ?

2° Sur un certain nombre de verges de drap, un négociant a vendu les quantités ci-après : 27 verges ; 215 verges ; 340 verges ; 114 verges ; 540 verges ; 619 verges ; 3915 verges ; et il lui en reste à vendre 598 verges. Quelle est la quantité de verges de drap que possédait ce négociant ?

3° Pour le tissage de 5 pièces de mérinos, un fabricant a employé les quantités de laine suivantes : pour la première pièce 68 livres ; pour la seconde 58 l. ; pour la troisième 72 l. ; pour la quatrième 84 l. ; pour la cinquième 64 l. Quelle quantité de laine ce fabricant a-t-il employé ?

4° Un commerçant de Montréal reçoit de Birmingham 12 pièces de soie, 3 de 45 verges chacune ; 3 de 52 v. ; 3 de 38 v., et 3 de 60 v. Dites le nombre de verges de soie qu'il a reçues.

5° Un entrepreneur a reçu les sommes suivantes dans le courant d'un mois pour payer ses ouvriers : $ 378-00 ; $ 580-00 ; $1170-00 ; $ 890-00 ; $ 118-00 ; $ 210-00 ; $ 249-00 et $ 505-00. Combien a-t-il reçu en totalité ?

6° Un marchand épicier à tiré les quantités suivantes de mélasse d'un tonneau dans lequel il reste encore 18 gallons : 29 gallons ; 41 g. ; 94 g. ; 78 g. ; 11 g. ; 9 g. ; 4 g. et 5 g. Quelle était, en gallons, la contenance de ce tonneau ?

QUESTIONNAIRE.

52. Qu'est-ce que l'addition ?—53. Comment nomme-t-on le résultat de toute opération de cette nature ?—54. Que fait-on pour composer un nombre avec plusieurs nombres d'un seul chiffre ?—55. Que faut-il faire quand on

veut faire une addition avec plusieurs nombres composés de plusieurs chiffres?—56. Par quel côté commence-t-on l'addition?—57. Que fait-on quand on trouve un total inférieur à 10 unités?—58. Que fait-on quand on trouve 10 répété un nombre quelconque de fois?—59. Qu'est-ce que la preuve d'une opération arithmétique?—60. Comment fait-on la preuve de l'addition?—61. Quelle est la deuxième méthode?—62. Ne peut-on pas faire la preuve de cette opération par la soustraction?—63. Faites connaître la quatrième méthode.

---

## 7me LEÇON.

### Soustraction des nombres entiers.

64. La *Soustraction* est une opération arithmétique qui a pour objet de retrancher d'un nombre donné toutes les unités d'un autre nombre nécessairement inférieur au premier.

65. Le résultat de cette opération et de toute proposition semblable se nomme *reste*, *différence* ou *excès*.

66. Quand les deux nombres proposés ne sont composés que d'un chiffre chacun, il suffit de retrancher les unités du plus faible des unités du plus fort.

*Exemple :* Si ayant 8 dollars j'en dépense 5, il m'en restera évidemment 3.

Je dirai donc, en employant le signe de la soustraction, 8—1 = 7—1 = 6—1 = 5—1 = 4—1 = 3 dollars. D'où l'on voit qu'après avoir ôté successivement 5 unités de 8, il m'en reste 3.

67. Quand on veut retrancher un nombre composé de plusieurs chiffres, on doit écrire le plus petit sous le plus

grand, de manière que les unités de même espèce se correspondent dans l'ordre vertical, les unités sous les unités, les dizaines sous les dizaines, les centaines sous les centaines, etc.

*Exemple :* Un commerçant doit 6584 dollars, sur lesquels il paye 2314 dollars ; que doit-il encore ?

J'écrirai les deux nombres de cette manière :

*Opération :*

$$\begin{array}{r} 6584 \\ 2314 \\ \hline 4270 \end{array}$$

En commençant par la droite, je dirai 4—4 = 0, que je pose au-dessous ; puis 8—1 = 7, que je pose de même ; ensuite, 5—3 = 2, que j'écris également au-dessous ; enfin, 6—2 = 4, que j'écris aussi au-dessous. Après avoir écrit ces quatre restes partiels, 0, 7, 2, 4, j'ai obtenu pour reste total 4270 unités.

68. Quand le chiffre à retrancher est égal à son correspondant supérieur, on écrit zéro ; quand il est plus petit, on pose leur différence ; quand il est plus grand, on augmente le chiffre supérieur d'une dizaine, valeur d'une unité empruntée au chiffre placé à gauche, et qu'il faut alors considérer comme l'ayant de moins.

*Exemple :* Un commerçant doit 98 dollars, sur lesquels il remet $79 ; que doit-il encore ?

*Opération :*

$$\begin{array}{r} 98 \\ 79 \\ \hline 19 \end{array}$$

Après avoir posé la règle, je dis : 9 ôté de 8, cela ne se peut ; j'emprunte une unité sur le 9 de la colonne des dizaines, unité qui vaut conséquemment une dizaine et que j'ajoute à 8, et j'ai 18 ; je dis donc : 9 ôté de 18 égale 9,

que j'écris ; puis, retranchant 7 de 9—1 = 8, j'ai pour différence 1. La différence totale est donc 19.

On peut aussi opérer de la manière suivante, souvent employée aujourd'hui : 9 ôté de 18 reste 9 ; je retiens 1, que j'ajoute à 7 dizaines du nombre inférieur, et je dis : 1 de retenu et 7 égale 8, 8 ôté de 9 reste 1.

69. Quand le chiffre sur lequel l'emprunt doit se faire est un zéro, il faut faire l'emprunt sur le chiffre suivant.

*Exemple :* Sur un billet de $508.00, un commerçant a remis $219,00, combien lui reste-t-il à payer ?

*Opération :*

$$\begin{array}{r} 5\overset{9}{0}8 \\ 219 \\ \hline 289 \end{array}$$

Après avoir écrit les deux nombres proposés, je dis : 9 ôté de 8 ne se peut ; j'emprunte une unité, non sur le zéro qui n'a aucune valeur par lui-même, mais sur le cinq ; mais on remarquera que cette unité est empruntée sur la colonne des centaines ; par rapport aux unités sur lesquelles nous opérons actuellement, elle vaut donc cent fois plus. Décomposant cette centaine d'unités en dix dizaines d'unités et laissant neuf de ces dizaines sur le zéro, ou la colonne des dizaines, nous ajouterons la dizaine restante au huit de la colonne des unités, et nous dirons : 9 ôté de 18 reste 9 ; puis 1 ôté de 9 (neuf dizaines laissées sur le zéro) reste 8 ; puis ôté 2 de 4 (5—1 par suite de l'emprunt) reste 2, ou il restera à payer $289,00.

70. Quand il y a plusieurs zéros, on fait l'emprunt sur le premier signe significatif.

*Exemple* : Une maison de commerce a été vendue $54000.00 ; le premier payement fait s'élève à $22672.00 à combien doit s'élever le dernier ?

*Opération :*

```
 99
54000
22672
-----
31328
```

Après avoir écrit le plus petit nombre sous le plus grand, je dis : 2 ôté de 0 ne se peut ; j'emprunte une unité sur le 4 de la colonne des unités de mille, ou mille fois plus fortes que les premières. Je décompose cette unité de mille en dix unités de l'ordre inférieur suivant ou en dix centaines ; je laisse 9 centaines sur le zéro représentant les centaines, et je décompose la centaine restante en dix unités de l'ordre inférieur suivant, ou en dizaines ; je laisse neuf de ces dizaines sur le zéro représentant les dizaines, et après avoir ajouté la dizaine restante au zéro de la colonne des unités je dis : 2 ôté de 10 reste 8, puis 7 ôté de 9 reste 2, puis 6 ôté de 9 reste 3, puis 2 ôté de 3 (4—1 par suite de l'emprunt) reste 1, puis enfin 2 ôté de 5 reste 3 ; et nous voyons que le second ou dernier payement sera de $31328.00.

71. Pour faire comprendre cette manière d'opérer, prenons pour exemple le nombre 4574 à retrancher de 10000.

*Opération :*

```
10000
 4574
-----
 5426
```

Je dis : dix mille est composé de dix mille, ou dix unités mille fois plus élevées que les unités du premier rang, et cela en raison de la place qu'il occupe. L'unité que j'emprunte à ce chiffre est composée de 9 mille, de 9 centaines, de 9 dizaines, de 9 unités, plus une unité. Si j'écris ces 9 mille, ces 9 centaines, ces 9 dizaines, ces 9 unités

et cette unité chacune à leur rang et comme il suit :

| | mille | centaines | dizaines | unités |
|---|---|---|---|---|
| | 9 | 9 | 9 | 9 |
| et si j'additionne, | | | | unité 1 |
| j'aurai évidemment | 10 | 0 | 0 | 0 |

Donc, en empruntant une dizaine de mille à cet ordre d'unités, en laissant ensuite neuf unités à chaque ordre d'unités intermédiaires, et ajoutant ensuite les neufs unités plus une unité sur le chiffre trop faible, je retrouverai nécessairement le nombre primitif de 10000.

*Opération :*

```
 999
10000
 4574
 ————
 5426
```

Dans l'opération écrite comme ci-dessus, et comme elle doit l'être en effet, nous voyons que nous avons à retrancher 1° 4 unités de 10 unités ; 2° 7 dizaines de 9 dizaines ; 3° 5 centaines de 9 centaines ; et 4° 4 mille de 9 mille, ou 9999 unités plus 10 unités desquelles nous avons à retrancher 4574 ; et nous avons pour premier reste 6, pour deuxième 2, pour troisième 4 et pour quatrième 5, ou 5426 pour reste total, qui, additionné avec 4574, le plus petit nombre, ou celui que nous avions à retrancher, donne 10000.

*Preuve de la soustraction.*

72. La preuve de la soustraction se fait de la manière suivante : après avoir fait la règle, c'est-à-dire après avoir retranché le plus petit nombre du plus grand, on doit additionner le plus petit nombre de la règle avec son résultat ou le reste trouvé ; le total de cette addition doit être semblable au plus grand nombre.

*Exemple :* Un commerçant comptait recevoir $24516, pour sa fin de mois, mais il n'a reçu que $13725 : combien lui faut-il pour compléter ce qui lui est nécessaire ?

*Opération :*

```
24516
13725
─────
10791
24516
```

Après avoir retranché 13725 de 24516, j'ai eu pour différence ou reste $10791 ; j'ai additionné ce reste 10791 avec 13725, le plus petit des deux nombres proposés, addition qui m'a donné 24516 : d'où je conclus que l'opération a été faite exactement.

EXERCICES.

Quelle est la différence des nombres suivants :

9—4 ; 6—2 ; 8—7 ; 9—3 ; 9—8 ; 7—4 ; 12—9 ; 18—9 ; 21—15 ; 18—13 ; 17—11 ; 25—11 ; 29—17 ; 37—25 ; 41—29 ; 61—43 ; 65—19 ; 71—48 ; 75—39 ; 81—77 ; 99—8 ; 125—99 ; 134—109 ; 154—109 ; 171—129 ; 999—778 ; 1029—459 ; 34090—17498 ; 72008—25419 ; 4245078 878497.

PROBLÈMES.

1° Quelle est la différence des deux nombres 349679 et 746910 ?

2° Que restera-t-il si l'on retranche 74949739 de 81000009 ?

3° On propose d'ôter 5749764 de 5978421 : que restera-t-il ?

4° Sur 6784 verges de drap on en a vendu 1909 : Combien en reste-t-il ?

5° Un tonneau contient 784 gallons, un autre 699 ; dites leur différence ?

6° Je veux connaître la différence de 754978 et 497-623 : dites-la.

7° Sur 300094774 verges d'étoffe, 11494212 verges ont été vendues : que reste-t-il ?

8° Pour payer 784980 dollars, je n'ai que $399099 : que me manque-t-il ?

### QUESTIONNAIRE.

64. Qu'est-ce que la soustraction ?—65. Comment se nomme le résultat de toute proposition de cette nature ?—66. Que suffit-il de faire quand les deux nombres proposés ne sont composés chacun que d'un seul chiffre ?—67. Que faut-il faire quand on veut retrancher un nombre composé de plusieurs chiffres d'un autre nombre composé également de plusieurs chiffres ?—68. Comment peut-être, dans toute soustraction, le chiffre à retrancher ?—Que doit-on faire quand le chiffre inférieur est moindre que son correspondant supérieur ?—Quand il lui est égal ?—Quand il lui est supérieur ? – 69. Que doit-on faire quand le chiffre sur lequel on doit emprunter est un zéro ?—70. Que doit-on faire quand il y a plusieurs zéros ?—71. Donnez un exemple pour faire comprendre cette manière d'opérer. —72. Comment fait-on la preuve de la soustraction ?

---

## 8me LEÇON.

### Multiplication des nombres entiers.

73. La multiplication est une proposition arithmétique qui a pour objet, deux nombres étant donnés, d'en composer un troisième qui soit en rapport avec le premier comme le deuxième est en rapport avec l'unité. Conséquemment, si le deuxième contient l'unité une fois, le

nombre que l'on cherche contiendra le premier une fois ; si le deuxième contient l'unité cinq, vingt-cinq, cinquante, etc., fois, le nombre que l'on cherche contiendra, le premier, cinq, vingt-cinq, cinquante, etc., fois ; et si le deuxième n'est que la cinquième, la vingt-cinquième, la cinquantième, etc., partie de l'unité, le nombre que l'on cherche ne sera que la cinquième, la vingt-cinquième, la cinquantième, etc., partie du premier.

74. Le premier des deux nombres connus se nomme *multiplicande ;* le deuxième, *multiplicateur*, et le troisième, celui que l'on cherche, *produit.*

75. Les unités du produit sont toujours de même nature que celles du multiplicande. Celles du multiplicateur doivent toujours être considérées comme des unités abstraites.

76. Le multiplicande et le multiplicateur sont appelés d'un nom commun *facteurs* de la multiplication ou du produit, parce qu'en effet ils servent à le composer, à le *faire.*

77. Le multiplicande est le nombre que l'on multiplie ; et le multiplicateur, celui par lequel on multiplie.

78. Bien qu'il soit indifférent d'écrire le multiplicateur sous le multiplicande ou celui-ci sous le multiplicateur, il est toujours plus rationnel de conserver à chacun des deux facteurs d'une multiplication la place que lui assigne son caractère (75) ; nous disons indifférent quant au résultat, qui est toujours le même.

79. Comme la multiplication n'est autre chose qu'une addition de construction particulière, on pourrait l'opérer en écrivant le multiplicande autant de fois au-dessous de lui-même que l'unité est contenue dans le multiplicateur ; on obtiendrait le résultat que l'on cherche.

*Exemple :* Un commerçant paye 5 traites qui lui sont présentées, s'élevant chacune à $5470, combien a-t-il déboursé ?

Ecrivant cette somme cinq fois, c'est-à-dire, autant de fois que l'unité est contenue dans le multiplicateur 5, et additionnant, nous voyons que ce commerçant a déboursé 27350 dollars, résultat cherché.

*Opération :*

```
 5470
 5470
 5470
 5470
 5470
-----
27350
```

80. Mais il arrive presque toujours que le multiplicateur, composé d'un trop grand nombre d'unités, ne permet pas d'employer cette méthode.

Il faut alors employer une méthode qui sera démontrée plus loin et pour laquelle il est nécessaire de connaître par cœur la table suivante, attribuée à Pythagore et appelée *table de multiplication.* (*Voir page* 34).

81. Pour former ou composer cette table, après avoir établi un carré parfait divisé par neuf lignes verticales et neuf lignes horizontales, de manière à former quatre vingt-un carrés autant de fois plus petits, on écrit les neuf unités simples dans la première colonne horizontale, puis, à partir de l'unité et en descendant, on l'ajoute successivement à elle-même jusqu'au nombre 9 ; passant à la deuxième colonne, on ajoute le deux à lui-même jusqu'au nombre 18 ; on agit de même pour les autres colonnes.

82. Pour se servir de cette table avec facilité, il faut considérer chaque chiffre de la première colonne horizontale comme le multiplicande, et chaque chiffre de la première colonne verticale comme le multiplicateur d'une

multiplication dont le produit se trouve à la jonction des deux colonnes horizontale et verticale où ces deux chiffres sont écrits. Par exemple, on veut trouver le produit de 7 (colonne horizontale) multiplé par 5 (colonne verticale) : en suivant les deux colonnes jusqu'à leur jonction, on trouvera le produit 35. Si l'on avait 9 à multiplier par 9 (les deux chiffres extrêmes des deux colonnes), on trouverait 81 pour produit.

| | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| 2 | 4 | 6 | 8 | 10 | 12 | 14 | 16 | 18 |
| 3 | 6 | 9 | 12 | 15 | 18 | 21 | 24 | 27 |
| 4 | 8 | 12 | 16 | 20 | 24 | 28 | 32 | 36 |
| 5 | 10 | 15 | 20 | 25 | 30 | 35 | 40 | 45 |
| 6 | 12 | 18 | 24 | 30 | 36 | 42 | 48 | 54 |
| 7 | 14 | 21 | 28 | 35 | 42 | 49 | 56 | 63 |
| 8 | 16 | 24 | 32 | 40 | 48 | 56 | 64 | 72 |
| 9 | 18 | 27 | 36 | 45 | 54 | 63 | 72 | 81 |

*Multiplication d'un nombre composé de plusieurs chiffres par un nombre d'un seul chiffre.*

83. Pour multiplier un nombre composé d'unités, de dizaines, de centaines, etc., par un autre nombre d'un seul chiffre, on écrit le nombre multiplicande, et au-dessous le nombre multiplicateur ; puis on répète les unités, les dizaines, les centaines, etc., du multiplicande autant de fois que l'unité est contenue dans le multiplicateur.

*Exemple :* Un commerçant a acheté 7 pièces de tapis des Gobelins à $ 475 l'une : quel prix devra-t-il payer.

*Opération :*

$$\begin{array}{r} 475 \\ 7 \\ \hline 3325 \end{array}$$

Après avoir écrit les deux facteurs, je multiplie les unités représentées par 5 ; puis les dizaines représentées par 7 ; puis les centaines représentées par 4, comme il suit : 7 fois 5 font 35 ; et comme 35 est composé de 3 dizaines et de 5 unités, j'écris ces unités directement au-dessous du multiplicateur 7 et je retiens les 3 dizaines pour être ajoutées au produit suivant, ou des dizaines ; 7 fois 7 font 49, et 3 de retenue font 52 : j'écris les deux unités et je retiens les 5 dizaines pour être ajoutées au produit des centaines ; 7 fois 4 font 28 et 5 de retenue font 33 ; et comme il n'y a plus de chiffre au multiplicande, j'écris 33. J'ai donc obtenu 3325 dollars, somme que devra payer le commerçant.

En multipliant 5 par 7, nous avons répété 5 unités 7 fois : nous avons donc obtenu un nombre d'unités 7 fois plus fort, ou 35. En mulpliant 7 par 7, nous avons répété 7 dizaines 7 fois ; nous avons donc obtenu un nombre de dizaines 7 fois plus fort, ou, avec la retenue, 52. En multipliant 4 par 7, nous avons répété 4 centaines 7 fois ; nous avons donc obtenu un nombre de centaines 7 fois plus fort, ou, avec la retenue 33.

84. On a vu (78) que, quelle que soit la place qu'occupent les deux facteurs, le résultat ne saurait être changé. En effet, si nous renversons l'ordre des facteurs de l'opération précédente, nous obtiendrons le résultat que nous avons obtenu primitivement.

*Opération :*

```
   7
 475
----
  35
 49
28
----
3325
```

En multipliant 7 par 5 nous avons obtenu 35 unités; en multipliant 7 par 7, nous avons obtenu 49 dizaines, et en multiplians 7 par 4, nous avons obtenu 28 centaines, et après avoir additionné ensemble ces trois produits partiels, nous avons obtenu 3325 pour produit total, comme dans le premier cas.

QUESTIONNAIRE.

73. Qu'est-ce que la multiplication ?—74. Comment se nomment les trois nombres premiers de la multiplication ?—75. Que dites-vous des unités du produit ?—76. Comment sont appelés le multiplicande et le multiplicateur ?—77. Qu'avez-vous à dire du multiplicande, etc. ?—78. Est-il indifférent d'écrire le multiplicateur sous le multiplicande ou celui-ci sous le multiplicateur ?—79. Qu'est-ce que la multiplication sous le rapport de sa construction ?—80. Qu'arrive-t-il presque toujours dans le cas que vous venez de développer ?—81. Que faut-il faire pour composer cette table ?—82. Pour se servir de cette table avec facilité, que faut-il faire ?—83. Que faut-il faire pour multiplier un nombre composé d'unités, de dizaines, etc., par un nombre d'un seul chiffre ? Donnez la théorie de l'opération.—84. Qu'avez-vous à dire relativement à la place que doivent occuper le multiplicande et le multiplicateur ?—**Qu'avons-nous fait en multipliant 7 par 5, etc. ?**

# 9me LEÇON.

## Suite de la multiplication des nombres entiers.

*Multiplication d'un nombre composé de plusieurs chiffres par un nombre composé de plusieurs chiffres.*

85. Pour multiplier un nombre composé de plusieurs chiffres par un autre nombre composé également de plusieurs chiffres, on fait autant de multiplications partielles qu'il y a de chiffres dans le nombre multiplicateur, c'est-à-dire que : 1° on multiplie les unités, les dizaines, les centaines, etc., du multiplicande par les unités du multiplicateur ; 2° par les dizaines ; 3° par les centaines, etc.

86. Le premier de ces produits partiels est le produit du multiplicande par les unités du multiplicateur et se nomme *produit* des unités ; le deuxième est le produit du multiplicande par les dizaines du multiplicateur, et se nomme *produit des dizaines* ; le troisième est le produit du multiplicande par les centaines du multiplicateur, et se nomme *produit des centaines*, etc.

87. Le premier s'écrit au rang des unités, le deuxième au rang des dizaines, le troisième au rang des centaines ; c'est-à-dire que chaque produit, à mesure qu'on l'écrit, doit être reculé d'un rang vers la gauche. En d'autres termes : le premier chiffre de chaque produit partiel doit être écrit directement au-dessous du chiffre par lequel on multiplie.

*Exemple :* Un ingénieur ayant entrepris la construction d'un chemin de fer a engagé 5476 ouvriers, à $ 476 l'un : combien aura-t-il à payer chaque année ?

*Opération :*

| | |
|---|---|
| 476 | |
| 5476 | |
| 2856 | 1° Produit partiel ou des unités. |
| 3332 | 2° Produit partiel ou des dizaines. |
| 1904 | 3° Produit partiel ou des centaines. |
| 2380 | 4° Produit partiel ou des mille. |
| 2606576 | Produit total. |

Multipliant le multiplicande 476 par les unités du multiplicateur, je dis : 6 fois 6 font 36 : j'écris 6 unités et je retiens 3 dizaines pour être ajoutées au produit des dizaines ; 6 fois 7 font 42 et 3 de retenue font 45 : j'écris les 5 unités et je retiens les 4 dizaines pour être ajoutées aux centaines ; 6 fois 4 font 24 et 4 de retenue font 28 ; et j'ai pour premier produit 2856 unités. Multipliant ensuite le multiplicande 476 par 7 dizaines, je dis 7 fois 6 font 42 : j'écris 2 unités au deuxième rang et je retiens 4 dizaines pour être ajoutées au produit suivant ; 7 fois 7 font 49 et 4 de retenue font 53 : j'écris 3 unités et je retiens 5 ; puis 7 fois 4 font 28 et 5 de retenue font 33 ; et j'ai pour deuxième produit 3332 dizaines ou 33320 unités. Passant à la multiplication du multiplicande 476 par 4 centaines, je dis 4 fois 6 font 24, je pose 4 unités et je retiens 2 ; 4 fois 7 font 28 et 2 de retenue font 30 ; je pose 0 et je retiens 3 ; 4 fois 4 font 16 et 3 de retenue font 19. J'ai donc pour troisième produit 1904 centaines ou 190400 unités. Enfin, multipliant par 5 mille, je dis 5 fois 6 font 30 ; je pose 0 et je retiens 3 ; puis 5 fois 7 font 35 et 3 de retenue font 38 : je pose 8 et je retiens 3 ; 5 fois 4 font 20 et 3 de retenue font 23 ; et j'obtiens pour quatrième produit 2380 mille, ou 2380000 unités.

88. **En multipliant par les unités d'un ordre quelconque, on doit remarquer que les premières unités obtenues**

par la multiplication de ces unités sont de même nature qu'elles.

89. Quand on doit multiplier un nombre par 10, il suffit d'ajouter à ce nombre un zéro. En opérant ainsi, on place le chiffre des unités du premier nombre au rang des dizaines, le chiffre des dizaines au rang des centaines, le chiffre des centaines au rang des mille, etc.

Si l'on avait à multiplier un nombre par 100 on ajouterait deux zéros à ce nombre : par là, le chiffre des unités du premier nombre se trouverait reculé au troisième rang et représenterait, non plus des unités mais des centaines ; celui des dizaines, des mille ; celui des centaines, des dizaines de mille, etc. Chaque unité du premier chiffre étant devenue cent fois plus forte, le nombre tout entier est devenu cent fois plus fort.

En résumé, quand un nombre doit être multiplié par l'unité suivie d'un, de deux, de trois, etc., zéros, autrement par 10, par 100, par 1000, il suffit d'ajouter au nombre multiplicande les zéros du nombre multiplicateur.

*Exemple :* J'ai compté $ 75 pour l'achat d'une pièce d'étoffe. Combien compterai-je pour l'achat : 1° de 10 pièces, 2° de 100 pièces, 3° de 1000 pièces, 4° de 10000 pièces d'étoffe de même qualité ?

*Opération :*

$$\$\,75 \begin{cases} \times\ 10 = \$\,750 \\ \times\ 100 = 7500 \\ \times\ 1000 = 75000 \\ \times\ 10000 = 750000 \end{cases}$$

Dans le premier cas, nous avions 75 unités (Dollars) : nous avons obtenu 75 dizaines, ou 5 dizaines et 7 centaines ; dans le deuxième, nous avions 75 unités, nous avons obtenu 75 centaines ou 5 centaines et 7 mille ; dans le troisième, nous avions 75 unités, nous avons obtenu 75

mille ou 5 mille et 7 dizaines de mille ; dans le quatrième, nous avions 75 unités, nous avons obtenu 75 dizaines de mille, ou 5 dizaines de mille et 7 centaines de mille. En ajoutant un, deux, trois, quatre zéros à 75, nous avons donc rendu ce nombre successivement 10, 100, 1000, 10000 fois plus grand.

90. Si l'on avait à multiplier deux nombres dont l'un ou tous deux seraient suivis d'un certain nombre de zéros, on se bornerait à faire la multiplication des chiffres significatifs. En d'autres termes, on négligerait tous les zéros pour les ajouter ensuite au produit.

*Exemple :* Soit à multiplier 314000 par 5900. Quel en serait le produit ?

*Opération :*

```
  314
   59
 ----
 2826
1570
-----
18526
```

Après avoir écrit le multiplicande et le multiplicateur, négligeant les trois zéros du premier nombre et les deux zéros du second, nous nous sommes borné à multiplier 314 par 59, et nous avons obtenu 18526 pour produit. Mais en multiplant des unités, des dizaines et des centaines par des unités et des dizaines, nous avons obtenu un produit cent mille fois moindre que le produit réel. Nous avons donc dû le rendre cent mille fois plus fort ; et c'est ce que nous avons fait en écrivant à sa droite les cinq zéros retranchés (89).

91. Quand le multiplicateur renferme des zéros, on néglige ces zéros. On se borne à multiplier par les chiffres significatifs, en plaçant toujours le premier chiffre du pro-

duit partiel directement sous le chiffre par lequel on multiplie.

*Exemple :* Dites le produit de 7549256 par 30400906.

*Opération :*

```
         7549256
        30400906
        --------
        45295536
      67943304
   30197024
 22647768
 ---------------
 229504222025936
```

EXERCICES.

9 multiplié par 5, 7 × 6, 6 × 9, 7 × 8, 8 × 6, 9 × 9.
18 × 24, 35 × 25, 51 × 48, 72 × 82, 79 × 85.
79 × 87, 95 × 100, 99 × 101, 100 × 105, 109 × 120.
141 × 97, 158 × 134, 174 × 200, 202 × 191.
305 × 404, 546 × 601, 627 × 309, 545 × 691.
808 × 975, 800 × 1000, 1080 × 987, 2040 × 4050.
7949 × 7009, 7472 × 5884, 6700 × 7872.
9979 × 8718, 9000 × 8975, 4694 × 9785.

PROBLÈMES.

1° Donnez le produit de 64967 multiplié par 947435.

2° Quel est le produit de 764989 multiplié par 7849746 ?

3° Une maison de commerce vend 3749 verges d'étoffes diverses dans un jour : combien de verges vendra-t-elle dans le courant d'une année (365 jours) ?

4° Le multiplicande d'une multiplication est 630094 ; le multiplicateur, 948765 : Quel est son produit ?

5° On propose les deux facteurs 5617094 et 810950 : quel produit donneront-ils ?

6° On a pavé une place publique en posant sur la lon-

gueur 3470 pavés et 879 sur la largeur ; quel est le nombre de pavés employés ?

7° Un champ a 524976 pas géométriques de long sur 92738 de large ; dites sa superficie en pas géométriques.

8° Un auteur a copié un de ses ouvrages au net. Cet ouvrage est composé de 5 volumes ; chaque volume contient 478 pages, chaque page 36 lignes, chaque ligne 38 lettres, terme moyen : combien cet auteur a-t-il copié de lettres ?

QUESTIONNAIRE.

85. Pour multiplier un nombre composé de plusieurs chiffres par un autre nombre composé de plusieurs chiffres, que fau[illegible] faire ?—86. Que dites vous de chacun de ces produits partiels ?—87. Comment s'écrivent-ils ?—Donnez la démonstration de l'exemple cité ?—88. Que doit-on remarquer en multipliant par chacune des unités d'un nombre quelconque ?—89. Que fait-on quand on veut multiplier un nombre par 10 ?—Par 100 ? – Donnez la règle à appliquer dans le cas où un nombre quelconque doit-être multiplié par l'unité suivie de zéros.—Citez l'exemple.—90. Que ferait-on si l'on avait à multiplier deux nombres suivis d'un certain nombre de zéros ? – Appliquez cette théorie à l'exemple cité.—91. Que doit-on faire quand le multiplicateur renferme des zéros ?

## 10me LEÇON.

### Division des nombres entiers.

92. La division est une proposition arithmétique qui a pour objet, le produit d'une multiplication et l'un de ses facteurs étant donné, de chercher l'autre facteur.

93. Du point de vue de la division le produit de la multiplication se nomme *dividende ;* la facteur connu, *diviseur ;* célui que l'on cherche, *quotient.*

94. D'après cette définition, nous devons conclure que le diviseur est en rapport avec l'unité comme le dividende est en rapport avec le nombre que l'on cherche, le quotient. Ainsi, si le diviseur contient l'unité cinq, vingt-cinq, cinquante fois, le dividende contiendra aussi le quotient cinq, vingt-cinq, cinquante fois. Si le diviseur n'est que la cinquième, la vingt-cinquième, la cinquantième partie de l'unité, le dividende ne sera que la cinquième, la vingt-cinquième, la cinquantième partie du quotient.

*Division d'un nombre composé de plusieurs chiffres par un nombre composé d'un seul chiffre.*

95. Pour faire la division, il faut écrire le dividende et le diviseur sur une même ligne horizontale et séparée par un trait ; puis tirer un trait sous le diviseur pour le séparer du quotient, que l'on écrit au-dessous.

*Exemple :* 5 maisons ont été payées $ 3775 : à combien revient chacune ?

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| *Opération :* | Dividende | 3775 | 5 | Diviseur. |
| | | 35 | | |
| | | —— | 755 | Quotient. |
| | | 27 | | |
| | | 25 | | |
| | | —— | | |
| | | 25 | | |
| | | 25 | | |
| | | —— | | |
| | | 00 | | |

Après avoir écrit la règle comme elle est indiquée, j'examine si le premier chiffre à gauche du dividende contient le diviseur au moins une fois ; je vois que non, 3

étant moindre que 5; je prends alors les deux premiers chiffres 37, premier dividende partiel, et je dis: En 37 combien de fois 5 ? je vois qu'il y est contenu 7 fois; ce 7 est le premier quotient partiel que j'écris sous le diviseur 5; je multiplie le diviseur par ce quotient, et j'obtiens 5 × 7 = 35, que j'écris sous le dividende partiel 37; je l'en retranche, et j'écris le reste 2. A côté de ce reste j'abaisse le troisième chiffre du dividende et j'ai pour deuxième dividende partiel 27. Continuant la division, je dis: En 27 combien de fois 5 ? je vois qu'il y est contenu 5 fois; j'écris 5, deuxième quotient à côté du premier; multipliant ensuite le diviseur 5 par le nouveau quotient, je retranche le produit de cette multiplication, ou 25 de 27, deuxième dividende, et j'écris audessous le reste 2. J'abaisse le quatrième chiffre du dividende à côté de ce reste, et j'ai pour troisième dividende partiel 25. Cherchant combien de fois le diviseur est contenu dans ce troisième dividende, je vois qu'il y est contenu 5 fois juste, puisque après avoir multiplié le diviseur par le quotient, et après avoir retranché le produit de cette multiplication du dividende partiel, j'ai eu pour reste 0. Chaque maison revient donc à $ 755, cette somme représentant la cinquième partie de $ 3775, prix des cinq maisons.

96. Lorsque le dividende partiel est trop faible, c'est-à-dire lorsqu'il est moindre que le diviseur, on écrit un zéro au quotient pour conserver à celui-ci sa valeur réelle.

*Exemple:* Une maison de commerce fait $74004 en 7 jours. Quel est, en moyenne, le chiffre d'affaires qu'elle fait en un jour ?

*Opération :*

```
74004 | 7
7     |------
----- | 10572
040
 35
-----
 050
  49
-----
  014
   14
-----
   00
```

Après avoir constaté que le premier chiffre du dividende contient le diviseur, je dis : En 7 combien de fois 7 ? une fois ; j'écris 1 au quotient. Je multiplie 7 par 1 ; j'écris le produit 7 de cette multiplication sous le dividende 7 ; puis je l'en retranche, et j'ai 0 pour différence ; j'abaisse le 4 à côté de cette différence, pour former le deuxième dividende partiel, et je dis : En 4 combien de fois 7 ? je vois que ce dividende partiel est trop faible puisqu'il ne contient pas le diviseur : j'écris donc un zéro au quotient. Ce zéro tient la place des unités de mille du quotient et donne au chiffre à gauche 1 la valeur qu'il doit avoir, celle des dizaines de mille. J'abaisse le chiffre suivant et j'ai 40 pour troisième dividende partiel. Continuant la division, je dis : En 40 combien de fois 7 ? Il y est 5 fois : je multiplie par 5 le diviseur 7, et le produit 35 que je retranche de 40 me donne 5 pour reste, à côté duquel j'abaisse le chiffre suivant, et j'ai 50, quatrième dividende partiel, que je divise par 7 ; j'obtiens 7 pour quotient ; je multiplie le diviseur 7 par ce quotient, et je retranche le produit 49 du dividende partiel 50 ; le reste 1 et le chiffre suivant que je descends à côté forment le dernier dividende partiel 14 ; je dis : En 14 combien de

fois 7 ? Il y va 2 fois ; je multiplie le diviseur 7 par 2, et je retranche le produit 14 du dividende 14. J'ai pour dernier reste 0.

*Division d'un nombre composé de plusieurs chiffres par un nombre de plusieurs chiffres.*

97. Quand le diviseur d'une division est composé de plusieurs chiffres, l'opération, quoique présentant un peu plus de difficultés, se fait comme précédemment.

*Exemple :* Un marchand a acheté 146 chevaux pour la somme de $ 82344. A combien lui revient chaque cheval ?

*Opération :*

```
82344 | 146
730   |-----
----- | 564
 934
 876
-----
  584
  584
-----
  000
```

Commençant cette opération comme l'opération précédente, je dis : En 823 combien de fois 146 ? 5 fois ; multipliant le diviseur 146 par 5, j'ai pour résultat 730, que j'écris sous 823, premier dividende partiel ; j'opère la soustraction, et j'ai pour reste 93, à côté duquel j'abaisse 4 pour former le deuxième dividende partiel 934 ; continuant, je dis : En 934 combien de fois 146 ? 6 fois ; j'écris 876, résultat de 146 multiplié par 6 sous 934 ; je l'en retranche, et j'ai pour reste 58, à côté duquel je descends 4 pour composer le troisième dividende partiel 584 ; en 584 combien de fois 146 ? 4 fois ; je multiplie 146 par 4 et je pose le résultat de cette multiplication ou 584

sous le dividende 584, et après l'en avoir retranché, j'ai pour reste 0. 564 est donc le prix de chaque cheval.

98. Mais cette manière de faire la division est fort longue. On l'abrège en retranchant successivement des dividendes partiels les produits des multiplications successives du diviseur par les quotients partiels.

*Exemple :* Une manufacture existe depuis 75 ans et a fabriqué depuis cette époque 93947867 verges d'étoffes diverses; dire quelle a été en moyenne, la fabrication annuelle de cette maison.

*Opération :*

```
93947867 | 75
189      |---------
 394     | 1252638
  197
   478
    286
     617
      17
```

Après avoir écrit le dividende et le diviseur comme précédemment, je dis : En 93 combien de fois 75 ? il y est une fois : j'écris 1 au quotient ; je multiplie le diviseur 75 par 1, en disant : 1 fois 5 c'est 5 ; 5 ôté de 13 (3 augmenté d'une dizaine prise sur le 9) reste 8 ; puis : 1 fois 7 c'est 7 et un de retenue 8 ; 8 ôté de 9 reste 1, ou reste total 18, à côté duquel j'abaisse 9. Je continue : En 189 combien de fois 75 ? 2 fois, que j'écris ; je multiplie 75 par 2 : 2 fois 5 font 10, 10 ôté de 19 (9 augmenté d'une dizaine empruntée sur le 8) reste 9 ; 2 fois 7 font 14 et 1 de retenue, 15 ; 15 ôté de 18 reste 3, ou reste total 39, à côté duquel j'abaisse 4 ; en 394 combien de fois 75 ? 5 fois, que j'écris ; 5 fois 5 font 25 ; 25 ôté de 34 (4 augmenté de 3 dizaines empruntées au 9) reste 9 ; puis 5 fois 7 font 35 et 3 de retenue 38 ; 38 ôté de 39 reste 1, ou reste total 19, à côté duquel j'abaisse 7 ; en

197 combien de fois 75 ? 2 fois, que j'écris ; puis multipliant : 2 fois 5 font 10, 10 ôté de 17 (7 augmenté d'une dizaine) reste 7 ; 2 fois 7 font 14, et 1 de retenue 15 ; 15 ôté de 19 reste 4, ou 47 reste total ; j'abaisse le 8 ; en 478 combien de fois 75 ? 6 fois ; je multiplie 75 par 6, et j'ai pour produit 450, que je retranche de 478, et j'ai pour reste 28, à côté duquel j'abaisse 6 ; en 286 combien de fois 75 ? 3 fois ; je multiplie 75 par 3, et j'ai 225 que je retranche de 286, et j'ai pour reste 61, à côté duquel j'abaisse 7 ; en 617 combien de fois 75 ? 8 fois ; je multiplie 75 par 8, j'obtiens 600, je retranche ce nombre de 617, et j'ai pour reste 17. La moyenne de la fabrication de cette maison est donc de 1252638 verges $\frac{17}{75}$ par an.

QUESTIONNAIRE.

92. Qu'est-ce que la division ? — 93. Qu'appelle-t-on dividende, diviseur, quotient ? — 94. Que devons-nous conclure de cette définition ? — 95. Pour opérer la division que faut-il faire ? — Donnez la théorie. — 96. Que faut-il faire lorsque le dividende partiel est trop faible ? — Donnez la théorie de l'exemple proposé. — 97. Comment se fait la division quand le diviseur est composé de plusieurs chiffres ? — Donnez la théorie de l'exemple cité. — 98. N'y a-t-il pas une manière plus abrégée de faire la division ? — Donnez la théorie de l'exemple cité.

---

## 11$^{me}$ LEÇON.

### Suite de la division des nombres entiers.

99. Quand le produit du diviseur partiel par le quotient correspondant excède le chiffre du dividende partiel, on augmente celui-ci d'une, de deux, etc., dizaines, pour que

cette soustraction puisse avoir lieu ; mais on retient alors le même nombre d'unités pour être ajoutées au produit de la multiplication suivante, pour cette raison ; si, après avoir emprunté une ou plusieurs unités à un chiffre quelconque, on laisse à ce chiffre sa valeur première, on doit évidemment augmenter le chiffre à retrancher du même nombre d'unités pour conserver entre eux leur rapport mathématique.

100. Dans toute division on doit remarquer : 1° que le produit du diviseur par le quotient partiel doit toujours être moindre ou égal au dividende partiel pour pouvoir en être retranché ; 2° que le reste de toute division partielle doit toujours être moindre que le diviseur ; 3° que le quotient partiel ne doit jamais être que l'une des unités premières, c'est-à-dire qu'il ne peut jamais être plus élevé que 9 ; 4° que lorsque le dividende partiel est moindre que le diviseur, on doit écrire un 0 au quotient et abaisser au dividende le chiffre suivant pour former le nouveau dividende partiel.

### Preuve de la Multiplication.

101. La preuve de la multiplication se fait : 1° par la division ; 2° en renversant l'ordre des facteurs ; 3° par 9.

102. Pour faire la preuve de la multiplication par la division, on doit diviser le produit de cette multiplication par l'un de ses facteurs ; le quotient doit donner l'autre facteur.

*Exemple :* Donnez le produit de 3746 multiplié par 457.

*Opération :* *Preuve :*

```
Fact. { 3746        Prod. 1711922 | 457  }
      {  457               3409   |------} Fact.
      ------                2102  | 3746 }
       26222                 2742
      18730                   000
     14984
     -------
Produit 1711922
```

Après avoir fait la multiplication, nous avons eu pour produit 1711922 ; nous avons ensuite considéré ce produit comme le dividende d'une division ; nous avons ensuite considéré le premier facteur 457 comme son diviseur, et, après avoir opéré, nous avons obtenu pour quotient 3746, deuxième facteur de la multiplication. Nous concluons de là que la multiplication a été faite exactement.

103. On fait aussi la preuve de la multiplication en renversant l'ordre des deux facteurs.

*Exemple :* Dites le produit 7254 multiplié par 3576.

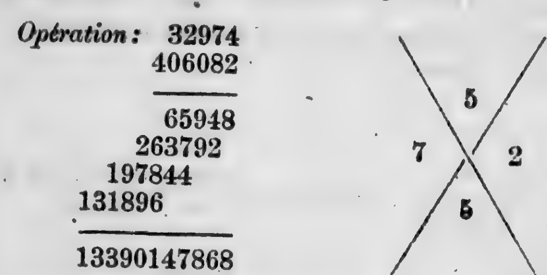
*Opération :* *Preuve :*

```
1er facteur. 7254        2e facteur.  3576
2e facteur.  3576        1er facteur. 7254
             ----                     ----
            43524                    14304
           50778                    17880
          36270                     7152
         21762                    25032
         --------                 --------
         25940304                 25940304 Produits égaux.
```

104. Enfin, on fait la preuve de la multiplication par 9 par cette raison : en prenant un nombre quelconque, en faisant la somme des chiffres de ce nombre et en retranchant de ce nombre 9 autant de fois qu'il y est contenu, le reste de ces soustractions successives sera le même que

celui que l'on obtiendrait en divisant ce nombre par 9.

*Exemple :* On veut connaître le produit de 32974 multiplié par 406082 : quel est ce produit ?




Je fais la somme des chiffres du multiplicande, j'ai 25 que je divise par 9 ; j'écris 7, reste de la division, dans l'angle gauche de la figure ; j'opère de même sur les chiffres du multiplicateur, qui me donne 20 ; j'écris 2, reste de la division de 20 par 9 dans l'angle droit ; je multiplie ces deux restes (7 × 2) l'un par l'autre, et je divise le produit 14 par 9 ; le reste 5 de cette division est écrit dans l'angle supérieur ; enfin je divise également par 9, 50, somme des chiffres du produit, et le reste 5 que j'écris dans l'angle inférieur me prouve que l'opération a été bien faite, par la raison que ce dernier reste est égal au reste supérieur, et aussi parce qu'en divisant le produit 13390147868 par 9, le reste doit également être 5, comme il l'est en effet.

*Preuve de la division.*

105. La preuve de la division se fait : 1° par la multiplication ; 2° par 9.

106. Pour faire la preuve de la division par la multiplication, il faut multiplier le diviseur par le quotient, ou celui-ci par le diviseur ; le produit de cette multiplication,

plus le reste de la division, s'il y en a un, doit égaler le dividende.

*Exemple :* On veut connaître les deux facteurs d'une multiplication sachant que l'un de ses facteurs est 3472 et son produit 75094680.

*Opération :*

```
75094680 | 3472
 5654    |------
 21826   | 21628
  9948
  30040
   2264
```

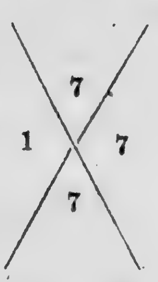
*Preuve :*

```
Facteurs. { 21628 Quot. de la div.
          {  3472 Diviseur.
            ------
             43256
           151396
           86512
          64884
              2264 Reste de la div.
          --------
          75094680 Divid. reprod.
```

107. On fait également la preuve de la division par 9. Il faut retrancher du dividende le reste de la division et opérer ensuite comme pour la multiplication. Le résultat doit être semblable :

*Exemple :* 75094680 moins 2264 égale 75092416. Je fais la somme du multiplicande 21628 ; j'ai 19, que je divise par 9, et j'écris le reste 1 dans l'angle gauche de la figure ci-dessous ; j'opère de même sur la multiplicateur 3472, et j'ai pour reste 7, que j'écris dans l'angle droit : je multiplie les restes (1 × 7) l'un par l'autre et j'écris leur produit 7 dans l'angle supérienr ; ce produit étant inférieur au diviseur 9 ne saurait être divisé par lui ; je fais la somme des nombres du produit, et je divise leur total 34 par 9 ; j'ai pour reste 7, que j'écris dans l'angle inférieur, en remarquant qu'il est semblable au chiffre

écrit dans l'angle supérieur; la règle a donc été bien faite.




EXERCICES.

54 divisé par 9, 63 : 7, 72 : 8, 81 : 9, 90 : 10.
95 : 15, 105 : 25, 204 : 31, 365 : 37, 475 : 39.
496 : 41, 518 : 46, 610 : 48, 675 : 51, 714 : 55.
756 : 54, 794 : 59, 870 : 6[illegible], 898 : 65, 954 : 69.
1452 : 72, 2518 : 74, 2792 : 85, 3550 : 90.
3495 : 95, 4972 : 104, 5697 : 105, 6219 : 111.
7418 : 114, 7550 : 1[illegible], 8459 : 129, 8790 : 135.
8870 : 145, 9495 : [illegible], [illegible]1747 : 154, 1970 : 165.

PROBLÈMES.

1° Prenez la 25° partie de 75450.

2° Donnez le quotient de 94504 divisé par 75.

3° On désire connaître le quotient de 749450 divisé par 90.

4° L'un des facteurs de 34149704 est 214, donnez l'autre facteur.

5° Le produit de deux facteurs est 57043490 : l'un de ces facteurs est 270 : faites connaître l'autre facteur.

6° Après avoir multiplié 358 par un nombre, on a obtenu pour produit 54972516 : par quel nombre a-t-on multiplié ?

7° Si on multipliait 4590 par un certain nombre, on

obtiendrait 559872900 : quel est le nombre par lequel il faudrait opérer la multiplication ?

8° 375 pommiers ont produit 549870950 pommes : combien chaque pommier en a-t-il produit, terme moyen ?

9° Par quel nombre faudrait-il multiplier 4159 pour obtenir 3749451740 ?

10° On désire connaître le nombre qui a été multiplié par 71949, et qui a donné pour résultat 974797069.

11° La Banque d'Epargnes a donné à la fin de l'année $ 74480 à 245 familles pauvres ; combien chaque famille a-t-elle touchée ?

12° Un commerçant à 30 commis, au premier de l'an il leur donne pour étrennes la somme de $ 1000 ; combien chaque commis doit-il recevoir ?

QUESTIONNAIRE.

99. Quand le produit du diviseur partiel par le quotient correspondant excède le chiffre du dividende partiel, que faut-il faire ? Pourquoi ?—100. Que doit-on remarquer dans toute division ?—101. Comment se fait la preuve de la multiplication ?—102. Pour faire la preuve de la multiplication par la division, que doit-on faire ?—Faites connaître le raisonnement de l'opération qui précède.—103. Comment fait-on encore la preuve de la multiplication ?—104. Comment fait-on cette preuve par 9 ?—Faites connaître le raisonnement qui suit.—105. Comment fait-on la preuve de la division ?—106. Dites comment on fait la preuve de la division par la multiplication.—107. Comment la fait-on par 9 ?

# 12me LEÇON.

## Addition des nombres décimaux.

108. Comme on l'a vu plus haut (32), pour l'évaluation de certaines grandeurs, on a souvent besoin de mesures plus petites que l'unité. De là le partage de l'unité en parties dix, cent, mille, etc., fois plus petites qu'elle-même et appelées dixièmes, centièmes, millièmes, etc.

109. Pour faire l'addition des nombres décimaux, il faut écrire les fractions d'unités de même espèce les unes sous les autres, les dixièmes sous les dixièmes, les centièmes sous les centièmes, les millièmes sous les millièmes, etc., en figurant les unités par un zéro séparé des décimales par une virgule.

1er *Exemple :* On veut connaître le total des fractions décimales suivantes : 0,40 ; 0,54 ; 0,75 ; 0,85 ; 0,95.

*Opération :*

|  |
|---:|
| 0,40 |
| 0,54 |
| 0,75 |
| 0,85 |
| 0,95 |
| 3,49 |

En additionnant, j'ai obtenu pour total : 3 entiers, 49 centièmes.

2e *Exemple :* On propose d'additionner les nombres suivants : 0,15 ; 0,05 ; 0,041 ; 0,6045 ; 0,005 ; 0,91 ; 0,5.

*Opération :*

|  |
|---:|
| 0,1500 |
| 0,0500 |
| 0,0410 |
| 0,6045 |
| 0,0050 |
| 0,9100 |
| 0,5000 |
| 2,2605 |

En additionnant, j'ai obtenu : 2 entiers, 2605 dix-millièmes pour total.

110. Quand les nombres décimaux que l'on a à additionner ne sont pas tous composés de fractions de même nature, en d'autres termes, quand ils n'ont pas le même nombre de chiffres, il faut écrire à la droite de ceux qui en ont le moins un nombre suffisant de zéros pour rendre l'exécution de cette opération plus facile.

Dans l'opération précédente, le nombre du milieu, le quatrième, a quatre chiffres : il est composé de dix-millièmes ; nous réduisons en dix-millièmes tous les autres nombres, en ajoutant deux zéros au premier et au deuxième, un au troisième, un au cinquième, deux au sixième et trois au septième.

## Soustraction des nombres décimaux.

111. Pour faire la soustraction des nombres décimaux, on suit la même règle que pour les nombres entiers, c'est-à-dire qu'il faut écrire le nombre le plus faible sous le nombre le plus fort, de telle sorte que les fractions d'unités de même nature soient placées exactement les unes sous les autres, les dixièmes sous les dixièmes, les centièmes sous les centièmes, etc.

1er *Exemple :* Quel nombre faudrait-il ajouter à 0,41762 pour obtenir 0,52786 ?

*Opération :*

$$\begin{array}{r} 0{,}52786 \\ 0{,}41762 \\ \hline 0{,}11024 \end{array}$$

Le nombre à ajouter serait 11024 cent-millièmes.

2e *Exemple :* On propose de retrancher du plus grand le plus petit des nombres suivants : 0,514 : 0, 24095.

*Opération :*

```
   10 910
  0,51400
  0,24095
  -------
  0,27305
```

Le plus petit des deux nombres est composé de cent-millièmes ou de cinq chiffres ; le plus grand, de millièmes ou de trois chiffres ; si j'ajoute deux zéros à ce nombre, il sera également composé de cent-millièmes. Après avoir emprunté un millième sur le 4 du nombre supérieur, je décompose ce millième en dix dix-millièmes ; je laisse 9 dix-millièmes sur le zéro de droite, et le dix-millième restant, décomposé en dix cent-millièmes, est ajouté au deuxième zéro. Je retranche ensuite 5 de 10, puis 9 de 9, puis 0 de 3 (4 moins 1 que j'ai emprunté). Comme je ne peux retrancher ensuite 4 centièmes de 1 centième, j'emprunte 1 dixième sur le 5, que je décompose en dix centièmes et que j'ajoute à 1 centième ; je retranche alors 4 centièmes de 11 centièmes, puis 2 dixièmes de 4 (5 moins 1 d'emprunté) dixièmes. Et j'ai obtenu pour reste total 27305 cent-millièmes, différence des deux nombres proposés.

### EXERCICES.

#### I.

Additionnez ensemble

0,5 + 7,0 + 0,15 + 0,45 + 0,75.
0,35 + 0,075 + 0,17 + 0,15 + 0,350.
0,005 + 0,704 + 0,3054 + 0,110 + 0,9005.
0,3 + 0,005 + 0,040 + 0,800 + 0,250 + 0,80056.
0,315 + 0,00075 + 0,3040 + 0,70 + 0,7150 + 0,70.
0,91 + 0,01095 + 0,001 + 0,185 + 0,1350 + 0,505.

II.

| | | | |
|---|---|---|---|
| De | 0,5 | retranchez | 0,4 |
| | 0,15 | " | 0,09 |
| | 0,45 | " | 0,30 |
| | 0,105 | " | 0,090 |
| | 0,049 | " | 0,0044 |
| | 0,1094 | " | 0,0926 |

QUESTIONNAIRE.

108. Comment partage-t-on encore l'unité pour évaluer certaines grandeurs ?—109. Comment fait-on l'addition des nombres décimaux ?—110. Que fait-on quand les nombres décimaux à additionner ne sont pas composés de fractions de même nature, c'est-à-dire quand ils n'ont pas le même nombre de chiffres ?—111. Comment fait-on la soustraction des nombres décimaux ?

---

# 13me LEÇON.

—

## Multiplication des nombres décimaux.

112. Pour faire la multiplication des nombres décimaux on écrit le nombre multiplicateur sous le nombre multiplicande, on souligne et l'on opère comme sur les nombres entiers.

*Exemple :* Donnez le produit de 0,1756 multiplié par 0,5470.

J'écris le nombre multiplicateur 0,1756 dix-millièmes au-dessous duquel j'écris 0,5470 dix-millièmes, puis je multiplie chacun des chiffres du premier nombre par chacun des chiffres du second, et je pose chaque produit au rang qu'il doit occuper.

*Opération :*

$$
\begin{array}{r}
0,1756 \\
0,5470 \\
\hline
122920 \\
7024\phantom{0} \\
8780\phantom{00} \\
\hline
0,09605320
\end{array}
$$

113. Quand le produit de deux nombres décimaux ne présente pas le même nombre de chiffres que les deux facteurs réunis, on doit faire précéder ce produit d'autant de zéros qu'il manque de chiffres. Dans l'opération qui précède, la réunion des deux facteurs présente huit chiffres, et le produit de ces deux facteurs sept ; il faut donc faire précéder celui-ci d'un zéro, puis d'une virgule et d'un zéro pour figurer les entiers qui manquent. En agissant ainsi, on donne au produit la valeur qu'il doit avoir.

## Division des nombres décimaux.

114. Quand le dividende et le diviseur d'une division de nombres décimaux n'ont pas le même nombre de chiffres, on écrit à la droite de celui qui en a le moins autant de zéros qu'il manque de chiffres pour rendre ce nombre égal à l'autre.

*Exemple :* Le produit d'une multiplication est 0,2835-294 ; l'un de ses facteurs est 0,357 : quel est l'autre ?

*Opération :*

$$
\begin{array}{r|l}
0,28352940 & 0,3570000 \\
\phantom{0,}33629400 & \\
\cline{2-2}
\phantom{0,2}14994000 & 0,7942 \\
\phantom{0,28}07160000 & \\
\phantom{0,283}0000000 &
\end{array}
$$

Après avoir écrit le dividende 0,2835294 dix-millioniòmes et le diviseur 0,357 millièmes, comme dans l'opération précédente, je réduis les 0,357 millièmes en

dix-millionièmes en ajoutant quatre zéros à sa droite; j'opère la division en disant: En 0,2835294 ou en 2835294 combien de fois 0,3570000 ou 3570000? Il n'y va pas; j'écris un zéro au quotient pour tenir lieu des unités qui manquent; j'abaisse un zéro au dividende, et je dis: En 28352940 combien de fois 3570000? 7 fois, et je retranche le produit du diviseur par 7 du dividende: j'ai 3362940 pour reste, à côté duquel j'abaisse un zéro; je continue en disant: En 33629400 combien de fois 3570000? 9 fois, je multiplie le diviseur par 9, et je retranche le produit de cette multiplication du dividende: j'ai pour reste 1499400, à côté duquel j'écris un zéro. J'opère de même, et j'ai pour reste suivant 714000, à côté duquel j'écris un zéro. La division suivante se fait sans reste. Le facteur cherché est donc 0,7942.

*Preuve des règles précédentes.*

115. La preuve de l'addition, de la soustraction, de la multiplication et de la division des fractions décimales se se fait comme celle des entiers.

EXERCICES.

I.

Multiplié 0, 3 par 0, 5; 0, 5 × 0, 8; 0, 75 × 0, 05.
0, 15 × 0, 15; 0, 9 × 0, 09; 0, 05 × 0, 15.
0, 005 × 0, 50; 0, 050 × 0, 150; 0, 075 × 0, 070.
0, 00075 × 0, 75.

II.

Divisez 0, 5 par 0, 5.
0, 6:0, 6; 0, 7:0, 7; 0, 8:0, 8.
0, 9:0, 6; 0, 16:0, 06; 0, 21:0, 15.
0, 31:0, 45; 0, 09:1, 05; 0, 009:0, 65.

QUESTIONNAIRE.

112. Comment fait-on la multiplication des nombres

décimaux ?—113. Que fait-on quand le produit de deux nombres décimaux ne contient pas le même nombre de chiffres que les deux facteurs réunis ?—114. Que fait-on quand le dividende et le diviseur d'une division de nombres décimaux n'ont pas le même nombre de chiffres ?—115. Comment fait-on la preuve des quatre règles précédentes ?

## 14me LEÇON.

### Des fractions ordinaires.

116. On appelle *fractions* une ou plusieurs parties de l'unité partagée en un certain nombre de parties.

Supposons un objet quelconque partagé en quatre parties : chacune de ces parties sera une fraction de cet objet et s'appellera un quart ; si nous prenons trois de ces parties, ces trois parties seront encore une fraction et s'appelleront trois quarts.

117. Pour représenter une fraction, on écrit les deux nombres qui doivent la représenter l'un au-dessous de l'autre et séparés par un trait.

118. Le nombre supérieur s'appelle numérateur, et le nombre inférieur dénominateur. Le premier indique le nombre de parties de l'unité que contient la fraction ; le second dit de quelle nature sont ces parties.

119. Pour énoncer une fraction, on lit d'abord le terme supérieur, puis le terme inférieur, en le faisant suivre de la terminaison *ième*.

Ainsi, si nous avions à énoncer $\frac{4}{5}$, nous dirions *quatre cinquièmes* ; et $\frac{5}{6}$ ; nous dirions *cinq sixièmes* ; et $\frac{7}{8}$, nous dirions *sept huitièmes*.

120. La terminaison *ième* ne s'ajoute pas aux fractions ou aux nombres fractionnaires qui ont 2, 3, et 4 pour dénominateur. Ainsi, $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{4}$, se prononcent *une demie, deux tiers, trois quarts* ; et $\frac{5}{2}$, $\frac{9}{3}$, $\frac{21}{4}$, se prononcent *cinq demies, neuf tiers, vingt et un quarts.*

121. Une fraction est ou inférieure à l'unité (dans ce cas seulement elle est une fraction réelle), ou égale à l'unité, ou supérieure à l'unité. Elle est inférieure à l'unité quand le numérateur est moindre que le dénominateur; elle est égale à l'unité quand le numérateur est égal au dénominateur; elle est plus grande que l'unité quand le numérateur est plus grand que le dénominateur.

Ainsi la fraction $\frac{5}{8}$ est moindre que l'unité, puisqu'ici l'unité est partagée en huit parties, et que nous ne possédons que cinq de ces parties; $\frac{8}{8}$ est égal à l'unité, puisque, si l'unité est partagée en huit parties, nous les avons toutes les huit; et $\frac{15}{8}$ est supérieur à l'unité puisque nous avons quinze parties dont il n'en faudrait que huit pour composer l'unité.

122. La grandeur d'une fraction dépend donc du rapport qui existe entre les parties du numérateur et du dénominateur comparées entre elles.

La fraction $\frac{7}{8}$ est plus grande que la fraction $\frac{5}{8}$ : dans les deux cas, l'unité est partagée en huit parties égales; mais dans le premier cas nous avons sept de ces parties, tandis que nous n'en avons que cinq dans le deuxième; la fraction $\frac{3}{12}$ est plus petite que $\frac{9}{12}$, puisque, si l'unité est partagée en douze parties dans les deux cas, dans le premier nous n'avons que trois de ces parties, dans le deuxième neuf.

123. En multipliant le numérateur d'une fraction ou en divisant son dénominateur par un nombre, on rend

cette fraction autant de fois plus forte que l'unité est contenue dans ce nombre.

Ainsi la fraction $\frac{8}{24}$ égale le tiers de l'unité ; si on voulait la rendre trois fois plus forte, ou l'égaler à l'unité, il suffirait de multiplier le numérateur 8 par 3 : on obtiendrait $\frac{24}{24}$, ou un entier ; et en divisant le dénominateur 24 par 3, on obtiendrait $\frac{8}{8}$, ou un entier.

124. En divisant le numérateur d'une fraction ou en multipliant son dénominateur par un nombre, on rend cette fraction autant de fois plus faible qu'il y a d'unités dans ce nombre.

Ainsi la fraction $\frac{9}{12}$ égale les $\frac{3}{4}$ de l'unité, car 9 sont les trois quarts de 12. Si on voulait la rendre trois fois plus faible, il suffirait de diviser son numérateur par 3 : on obtiendrait $\frac{3}{12}$, fraction trois fois plus faible que la première, car, au lieu d'avoir les trois quarts de l'unité, nous n'en avons plus que le quart, puisque 3 n'est que le quart de 12. Et si l'on voulait obtenir le même résultat, on multiplierait son dénominateur 12 par 3 : on obtiendrait $\frac{9}{36}$, fraction 3 fois plus faible que la première, puisqu'au lieu d'avoir les trois quarts de l'unité, nous n'en avons plus que le quart, 9 étant le quart de 36.

125. Quand le rapport qui existe entre les deux termes de plusieurs fractions est le même, ces fractions, quoique exprimées par des termes différents, sont semblables entre elles.

Ainsi, les fractions $\frac{3}{6}$, $\frac{4}{8}$, $\frac{14}{28}$ ont la même valeur, puisque le rapport de 3 à 6, de 4 à 8 et de 14 à 28 est le même. En effet, 3 est la moitié de 6, comme 4 est la moitié de 8, comme 14 est la moitié de 28.

126. On peut conclure de ce qui précède : qu'en multi-

pliant ou en divisant les deux termes d'une fraction par un même nombre on n'en change pas la valeur.

Soient les deux termes de la fraction $\frac{9}{12}$ à multiplier par 3. En multipliant le numérateur 9 par 3 nous obtiendrons $\frac{27}{12}$, nombre trois fois plus grand que le premier, puisque dans le nombre proposé nous avons neuf parties dont il en faudrait douze pour faire l'unité, et que, dans le résultat, nous avons 27 de ces mêmes parties; mais en multipliant ensuite le dénominateur 12 par 3, nous obtiendrons $\frac{27}{36}$, nombre trois fois plus petit que $\frac{27}{12}$, car si le nombre de parties exprimé par le nombre 27 reste le même, la nature de ces parties est changée: l'unité est partagée en parties trois fois plus petites. La fraction n'a donc pas changé. Dans $\frac{9}{12}$ nous avons les $\frac{3}{4}$ de l'unité ainsi que dans $\frac{27}{36}$.

127. Toute fraction doit être considérée: 1° comme une partie de l'unité, ou comme plusieurs parties de l'unité; 2° comme le reste d'une division dont le diviseur exprime en combien de parties l'unité est partagée.

En effet, soit à diviser 5 par 8; le nombre 8 indique ici que l'unité est partagée en huit parties, et le nombre 5 que nous devons prendre cinq de ces parties. L'opération se réduira donc à prendre la 8e partie de cinq entiers; or la 8e partie d'un entier s'écrira $\frac{1}{8}$, et celle de cinq entiers $\frac{5}{8}$. Le terme supérieur de $\frac{5}{8}$ doit donc être considéré comme le dividende d'une division dont le terme inférieur est le diviseur.

QUESTIONNAIRE.

116. Qu'appelle-t-on fraction ?—Donnez l'exemple d'une fraction.—117. Comment représente-t-on une fraction ?—118. Quel nom donne-t-on aux deux termes d'une fraction ?—119. Que fait-on pour énoncer une fraction ?—

120. Que dîtes-vous de la terminaison *ième* ?—121. Que dites-vous d'une fraction relativement à l'unité ?—Donnez-en un exemple.—122. De quoi dépend la grandeur d'une fraction ?—123. Que fait-on quand on multiplie le numérateur d'une fraction ou quand on divise son dénominateur par un nombre ?—124. Que fait-on quand on divise son numérateur ou qu'on multiplie son dénominateur par un nombre ?—125. Qu'arrive-t-il quand le rapport qui existe entre les deux termes de plusieurs fractions est le même ?—126. Que peut-on conclure de ce qui précède ?—127. Comment doit être considérée toute fraction ?

---

## 15me LEÇON.

### Réductions de Fractions.

128. On appelle *réductions de fractions* certains changements, certaines transformations qu'on leur fait subir, sans que pour cela elles changent de valeur.

129. Ces réductions sont au nombre de quatre, savoir :

1° Réduction des entiers seuls ou des entiers accompagnés de fractions en une seule fraction ;

2° Réduction des nombres fractionnaires en entiers ;

3° Réduction des fractions à leur plus simple expression ;

4° Réduction de plusieurs fractions au même dénominateur.

*Réduction d'entiers seuls ou accompagnés de fractions en une seule fraction.*

130. Pour réduire un nombre entier en une fraction, **il faut multiplier le nombre entier par le dénominateur de**

la fraction, souligner le produit de cette multiplication et écrire au dessous le dénominateur primitif.

*Exemple :* On veut réduire quatre entiers en cinquièmes :

Dans 1 entier il y a 5 cinquièmes ; or, si dans un entier il y a 5 cinquièmes, dans 4 entiers il y en a quatre fois plus, ou quatre fois 5 cinquièmes ou 20 cinquièmes.

*Opération :* 4 Entiers.
× 5 Dénominateur proposé.

$= 20 = \frac{20}{5}$ Résultat.

131. Pour réduire un nombre entier accompagné d'une fraction en une seule fraction, il faut multiplier le nombre entier par le dénominateur de la fraction, ajouter au produit de la multiplication le numérateur de la fraction, souligner le tout et écrire au-dessous le dénominateur.

*Exemple :* On veut réduire en une seule fraction 25 entiers $\frac{5}{6}$.

Dans 1 entier il y a 6 sixièmes ; si dans 1 entier il y a 6 sixièmes, dans 25 entiers il y en a 25 fois plus ou 25 fois 6 sixièmes ou $25 \times 6 = 150$ sixèmes $+ \frac{5}{6} = 155$ sixièmes.

*Opération :* 25 Entiers.
× 6 Dénominateur de la fraction.

= 150
+ 5 Numérateur de la fraction.

$= 155 = \frac{155}{6}$ Résultat.

*Réduction d'un nombre fractionnaire en entiers.*

132. Pour réduire un nombre fractionnaire en entiers, il faut diviser le numérateur de ce nombre par son dénominateur. Si la division donne un reste, ce reste sera le

numérateur d'une fraction qui aura pour dénominateur le dénominateur de la fraction primitive.

1er *Exemple :* On veut réduire en entiers l'expression fractionnaire $\frac{48}{6}$.

Il faut 6 sixièmes pour faire un entier ; or, s'il faut 6 sixièmes pour faire un entier, nous aurons l'entier autant de fois que 6 sera contenu dans 48. En divisant 48 par 6, nous aurons donc le nombre d'entiers que contient $\frac{48}{6}$.

| | | |
|---|---|---|
| *Opération :* Numérateur. | 48 | 6 Dénominateur |
| Résultat | | = 8 Entiers. |

2e *Exemple :* Réduisez en entiers $\frac{215}{9}$.

9 neuvièmes égalent l'entier ; dans le nombre proposé nous devons donc avoir l'entier autant de fois que 9 est contenu dans 215. En divisant 215 par 9, nous aurons donc le nombre d'entiers contenus dans $\frac{215}{9}$.

| | | |
|---|---|---|
| *Opération :* Numérateur. | 215 | 9 Dénominateur. |
| | 35 | Résultat 23 entiers $\frac{8}{9}$. |
| Reste | 8 | Numérateur nouveau. |

*Réduction d'une Fraction à sa plus simple expression.*

133. Réduire une fraction à sa plus simple expression, c'est lui donner une forme nouvelle et qui la rend *immédiatement* plus appréciable. Ainsi, on appréciera plus vite $\frac{3}{4}$ que $\frac{354}{472}$, fraction de même valeur que la première.

134. Pour réduire une fraction à sa plus simple expression, ont fait usage des deux méthodes suivantes.

135. *Première méthode.*—Pour opérer cette réduction, il faut diviser successivement les deux termes de la fraction par 2, 3, 4, 5, 6, etc., tant que ces divisions peuvent se faire.

*Exemple :* On veut réduire à sa plus simple expression $\frac{540}{720}$.

*Opération :*

$$\frac{540}{720}:2=\frac{270}{360}:2=\frac{135}{180}:3=\frac{45}{60}:3=\frac{15}{20}:5=\frac{3}{4}.$$

Après avoir écrit la fraction $\frac{540}{720}$, je prends la moitié de son numérateur 540 et j'ai pour numérateur nouveau 270 ; je prends aussi la moitié de son dénominateur 720, et j'ai pour dénominateur nouveau 360 ; j'ai donc pour nouvelle fraction $\frac{270}{360}$ ; après avoir divisé chacun de ses nouveaux termes par 2, j'ai $\frac{135}{180}$ ; ne pouvant plus diviser par 2, j'essaie la division par 3 : elle réussit, et j'ai pour nouvelle fraction $\frac{45}{60}$ ; je continue par le même diviseur 3, et j'obtiens $\frac{15}{20}$ ; puis, ne pouvant plus diviser par 3, je fais la division par 5, et j'obtiens $\frac{3}{4}$, fraction de même valeur que $\frac{540}{720}$.

136. Pour faire l'application de cette méthode, il faut savoir :

1° Qu'un nombre est divisible par 2 quand c'est un nombre pair, c'est-à-dire quand il est terminé par 0, 2, 4, 6, 8 ;

2° Qu'il est divisible par 3 quand ses unités additionnées donnent 3 ou un multiple de 3, c'est-à-dire un nombre exprimant 3 répété un certain nombre de fois ;

3° Qu'il est divisible par 4 quand ses deux derniers chiffres, considérés comme nombre isolé, sont divisibles par 4 ;

4° Qu'il est divisible par 5, quand il est terminé par 5 ou 0 ;

5° Qu'il est divisible par 6, quand il est divisible par 2 et 3 ;

6° Qu'il est divisible par 8, quand le total de ses trois derniers chiffres est un multiple de 8 ;

7° Qu'il est divisible par 9, quand ses unités additionnées donnent 9 ou un multiple de 9 ;

8° Qu'il est divisible par 10, quand il est terminé par un ou plusieurs zéros, etc.

### EXERCICES.

#### I.

On veut réduire 9 entiers en cinquièmes.—Combien y a-t-il de huitièmes dans 12 entiers ?—On désire réduire en huitièmes 5 entiers $\frac{3}{8}$.—Dites le total de 9 entiers $\frac{5}{6}$ réduits en sixièmes.—Réduisez en douzièmes 15 entiers $\frac{11}{15}$.—Réduisez en vingtièmes 25 entiers $\frac{17}{20}$.—Combien y a-t-il de $\frac{1}{3}$ dans 18 entiers $\frac{2}{3}$ ?—Combien 45 entiers contiennent-ils de $\frac{1}{12}$ ?—Combien de $\frac{1}{2}$ dans 51 entiers $\frac{1}{2}$ ?—Réduisez en une seule fraction 72 entiers $\frac{5}{16}$.—Donnez en $\frac{1}{15}$ 50 entiers $\frac{14}{15}$.—Evaluez en $\frac{1}{4}$ 65 entiers $\frac{3}{4}$.—Traduisez en $\frac{1}{16}$ 95 entiers $\frac{11}{16}$.—Dites le nombre de vingtièmes de 20 entiers $\frac{19}{20}$.—On veut réduire 76 entiers $\frac{3}{8}$ en huitièmes.

#### II.

Réduisez $\frac{12}{4}$ en entiers.—Réduisez $\frac{15}{5}$ en entiers.—Combien y a-t-il d'entiers dans $\frac{27}{3}$ ?—Traduisez en entiers $\frac{54}{6}$.—On veut réduire $\frac{54}{9}$ en entiers.—Dites combien il y a d'entiers dans $\frac{96}{8}$.—Evaluez en entiers $\frac{125}{25}$.—On demande combien il y a d'entiers dans $\frac{215}{5}$.—Traduisez en entiers $\frac{574}{14}$.—Mettez en entiers $\frac{2450}{25}$.—Dites le nombre d'entiers contenus dans $\frac{6782}{16}$.—Réduisez en entiers $\frac{1602}{38}$.—Réduisez $\frac{1665}{37}$ en entiers.—Evaluez en entiers $\frac{1964}{54}$. On veut réduire $\frac{2419}{59}$ en entiers.

### QUESTIONNAIRE.

128. Qu'appelle-t-on réductions de fractions ?—129. Au nombre de combien sont-elles ?—130. Que faut-il faire

pour réduire un nombre entier en fraction ?—131. Pour réduire un nombre entier accompagné d'une fraction en une seule fraction ?—132. Que faut-il faire pour réduire un nombre fractionnaire en entiers ?—133. Qu'est-ce que réduire une fraction à sa plus simple expression ?—134. De combien de méthodes fait-on usage pour opérer cette réduction ?—135. Pour opérer cette réduction, que faut-il faire ?—136. Pour l'application de cette méthode, que faut-il savoir ?

---

## 16me LEÇON.

### Suite des réductions de fractions.

137. *Deuxième méthode.*—Pour réduire une fraction à sa plus simple expression, on peut encore diviser ses deux termes par leur plus grand commun diviseur, c'est-à-dire par le nombre le plus élevé qui les divise exactement tous les deux.

138. La recherche du plus grand commun diviseur repose sur les principes suivants :

1° Un nombre diviseur d'un autre nombre divise aussi les multiples de ce nombre, c'est-à-dire ce nombre répété exactement un certain nombre de fois.

*Exemple :* 5 divise 20 ; si 5 divise 20, il divisera aussi les multiples de 20.

En effet, si 20 égal à 5 répété un certain nombre de fois est divisible par 5, deux fois 20 ou 40, cinq fois 20 ou 100, seront également divisibles par 5, puisque 40 n'est autre chose que 5 répété un certain nombre de fois, de même que 100.

2° Un nombre qui en divise exactement deux autres

divise également ces deux derniers additionnés ou leur somme.

*Exemple :* 5 divise 25 et 30. Si 5 divise 25 et 30, il divisera aussi 25 + 30 = 55. En effet, 25 égale 5 répété 5 fois, et 30 égale 5 répété 6 fois : ces deux nombres égalent donc 5 répété 5 fois plus 6 fois ou 11 fois.

3° Un nombre qui en divise exactement deux autres divise aussi leur différence.

*Exemple :* 6 divise 54 et 72. Si 6 divise 54 et 72, il divisera pareillement 72 — 54 = 18.

En effet, 72 n'est autre chose que 6 répété un certain nombre de fois (12 fois), et 54 également (9 fois) ; si l'on retranche 54, ou 9 fois 6, de 72, ou 12 fois 6, ou plus simplement, 9 de 12, il restera 3 fois 6 ou 18, divisible aussi par 6.

4° Le plus grand commun diviseur de deux nombres est aussi le plus grand commun diviseur du plus petit de ces nombres et du reste de leur division.

*Exemple :* Soient les deux nombres 272 et 102.

Après avoir opéré la division de 272 par 102, j'ai 2 pour quotient et pour reste 68 : (102 × 2 + 68 = 272). Or, 1° le nombre qui divise 102 divisera également 102 × 2 ou 204 ; 2° s'il divise 272, il divisera aussi 68, différence entre 272 et 102 × 2 : donc les diviseurs communs à 272 et à 102 le sont également à 102 et à 68 ; 3° les diviseurs communs à 68 et à 102 le sont également à 68 et à 102 × 2, et à 272, somme de 102 × 2 + 68 ; 4° conséquemment, les diviseurs communs à 102 et à 68 sont diviseurs communs à 102 et à 272. Le plus grand commun diviseur de deux nombres est donc aussi le plus grand commun diviseur du plus petit de ces nombres et du reste de leur division.

139. ***Règle.***—Pour trouver le plus grand commun diviseur des deux termes d'une fraction, il faut diviser le dénominateur par le numérateur ; si la division se fait sans reste, le numérateur sera le plus grand commun diviseur. Ce cas arrive toutes les fois que le dénominateur est exactement 2, 3, 4, 5, etc., fois plus grand que le numérateur. Quand la division donne un reste, il faut diviser le numérateur par ce reste : si la division se fait sans reste, le reste de la première division sera le plus grand commun diviseur ; dans le cas contraire, il faut diviser le premier reste par le deuxième et celui-ci par le troisième ; ainsi de suite jusqu'à ce que la division se fasse exactement. Le dernier reste qui aura servi de diviseur sera le plus grand commun diviseur cherché.

*Exemple :* Cherchez le plus grand commun diviseur de $\frac{672}{846}$.

*Opération :*

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| | 1 | 3 | 1 | 6 | 4 |
| 846 | 672 | 174 | 150 | 24 | 6 |
| 174 | 150 | 24 | 06 | 0 | |

Après avoir disposé l'opération comme ci-dessus, je divise le dénominateur 846 par le numérateur 672 : j'ai 1 au quotient et 174 pour reste ; je divise ensuite le numérateur 672 par le reste 174 : j'ai 3 au quotient et 150 pour reste ; je divise après 174 premier reste par 150, deuxième reste, j'ai 1 au quotient et pour troisième reste 24 ; je divise pareillement 150 par 24, et j'obtiens pour quotient 6 et pour reste 6, par lequel je divise 24. Cette dernière division se faisant exactement, j'en conclus que 6, dernier reste et dernier diviseur, est le plus grand commun diviseur de la fraction $\frac{672}{846}$. En effet, après avoir divisé le numérateur 672 par 6, j'obtiens au quotient 112,

$$\begin{array}{r|l} 672 & 6 \\ 07 & \overline{\phantom{112}} \\ 12 & 112 \\ 0 & \end{array}$$

Et après avoir divisé le dénominateur 846 par 6, j'obtiens au quotient 141,

$$\begin{array}{r|l} 846 & 6 \\ 24 & \overline{\phantom{141}} \\ 06 & 141 \\ 0 & \end{array}$$

La fraction $\frac{672}{846}$, réduite à sa plus simple expression, est donc $\frac{112}{141}$. Lorsque le dernier reste est l'unité, la fraction est irréductible ; sa forme ne peut être changée.

*Réduction de deux ou de plusieurs fractions au même dénominateur.*

140. Réduire deux ou plusieurs fractions au même dénominateur, c'est leur donner une forme telle que les nouvelles parties dont elles sont composées sont toutes semblables entre elles.

141. L'objet de cette réduction, c'est de pouvoir opérer l'addition et la soustraction de fractions.

142. Pour réduire deux fractions au même dénominateur, il faut multiplier les deux termes de la première par le dénominateur de la seconde ; puis les deux termes de la seconde par le dénominateur de la première.

*Exemple :* Réduisez au même dénominateur les fractions $\frac{3}{4}$ et $\frac{2}{3}$.

*Opération :*

$$\begin{array}{cc} \frac{3}{4} & \frac{2}{3} \\ 9 & 8 \\ 12 & 12 \end{array}$$

Après avoir écrit $\frac{3}{4}$ et $\frac{2}{3}$, comme ci-dessus, je multiplie 3, numérateur de la première fraction, par 3, dénominateur de la deuxième, et j'écris immédiatement au-dessous

le produit 9, numérateur de la nouvelle fraction ; je multiplie de même le dénominateur 4 de la première par le dénominateur 3 de la deuxième, et j'ai 12 pour dénominateur nouveau, que j'écris sous le numérateur 9, et j'ai pour nouvelle fraction $\frac{9}{12}$, de même valeur que $\frac{3}{4}$. Multipliant ensuite le numérateur 2 de la deuxième fraction par 4, dénominateur de la première, j'obtiens 8, numérateur de la nouvelle fraction ; multipliant également 3, dénominateur de la deuxième, par 4, dénominateur de la première, j'obtiens 12 ; et j'écris ces deux nouveaux termes 8 et 12 ou $\frac{8}{12}$ sous la deuxième fraction, comme j'ai écrit $\frac{9}{12}$ sous la première (146). J'ai pour fractions nouvelles, et de même valeur que les anciennes, $\frac{9}{12}$ et $\frac{8}{12}$. On peut donc les additionner, ou soustraire la plus faible de la plus forte, par la raison que toutes deux sont composées de parties d'unités de même nature.

143. Lorsqu'il y a plus de deux fractions à réduire, on multiplie tour à tour les deux termes de chaque fraction par le produit résultant de la multiplication de tous les dénominateurs restants.

*Exemple :* On veut réduire au même dénominateur les fractions $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{4}{5}$, $\frac{5}{6}$ et $\frac{7}{8}$.

*Opération :*

$$\begin{array}{ccccc} \frac{2}{3} & \frac{3}{4} & \frac{4}{5} & \frac{5}{6} & \frac{7}{8} \\ \frac{1920}{2880} & \frac{2160}{2880} & \frac{2304}{2880} & \frac{2400}{2880} & \frac{2520}{2880} \end{array}$$

Après avoir disposé l'opération comme je viens de le faire, je multiplie 2 et 3, termes de la première fraction. par $4 \times 5 \times 6 \times 8 = 960$, et $\frac{1920}{2880}$ est le résultat de cette multiplication ; multipliant ensuite 3 et 4, termes de la deuxième, par $3 \times 5 \times 6 \times 8 = 720$, j'obtiens pour deuxième fraction réduite $\frac{2160}{2880}$ ; je multiplie ensuite 4 et 5, termes de la troisième, par $3 \times 4 \times 6 \times 8 = 576$, et cette multipli-

cation me donne $\frac{2304}{2880}$ pour troisième résultat ; opérant sur la quatrième comme sur les trois premières, je multiplie 5 et 6, les deux termes de la quatrième fraction, par $3 \times 4 \times 5 \times 8 = 480$, ce qui me donne $\frac{2400}{2880}$ ; enfin, multipliant 7 et 8, termes de la cinquième fraction, par $3 \times 4 \times 5 \times 6 = 360$, j'obtiens pour résultat final $\frac{2520}{2880}$. Et ces cinq fractions $\frac{1920}{2880}$ $\frac{2160}{2880}$ $\frac{2304}{2880}$ $\frac{2400}{2880}$ $\frac{2520}{2880}$, sont de même valeur que $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{4}{5}$, $\frac{5}{6}$, et $\frac{7}{8}$.

144. La réduction que nous venons d'opérer peut être faite aussi comme il suit :

$$\frac{2}{3}, \quad \frac{3}{4}, \quad \frac{4}{5}, \quad \frac{5}{6}, \quad \frac{7}{8}.$$

Je fais le produit des dénominateurs en disant $3 \times 4 \times 5 \times 6 \times 8 = 2880$ ; je divise ce produit 2880 tour à tour par les dénominateurs 3, 4, 5, 6 et 8 ; je multiplie ensuite les quotients 960, 720, 576, 480 et 360 par les numérateurs 2, 3, 4, 5 et 7, et j'obtiens pour numérateurs nouveaux 1920, 2160, 2304, 2400 et 2520, qui ont pour dénominateur commun 2880. Les fractions réduites au commun dénominateur sont donc

$$\frac{1920}{2880}, \quad \frac{2160}{2880}, \quad \frac{2304}{2880}, \quad \frac{2400}{2880}, \quad \frac{2520}{2880},$$

semblables aux précédentes.

EXERCICES.

I.

Réduisez à sa plus simple expression la fraction $\frac{15}{20}$.— On veut réduire la fraction $\frac{9}{27}$.—On veut réduire de même $\frac{9}{54}$.—Réduisez à sa plus simple expression $\frac{18}{24}$.— Réduisez $\frac{21}{28}$ à sa plus simple expression.—Dites quelle est la plus simple expression de $\frac{11}{33}$.—Quelle est la plus simple expression de $\frac{114}{171}$.—Réduisez $\frac{150}{600}$ à sa plus simple expression.—Réduisez de même $\frac{406}{464}$.—Exprimez réduite la fraction $\frac{170}{255}$.—Opérez de même sur la fraction $\frac{542}{656}$.—

Réduisez à sa plus simple expression $\frac{2354}{3500}$.—Réduisez $\frac{2462}{4916}$.—On se propose de réduire à sa plus simple expression $\frac{4086}{6448}$.—Quel sera le plus petit terme de $\frac{24102}{37648}$?

II.

Réduisez au même dénominateur $\frac{3}{4}$, $\frac{2}{3}$.—Réduisez au même dénominateur $\frac{5}{6}$, $\frac{7}{8}$.—Réduisez au même dénominateur $\frac{2}{3}$, $\frac{1}{2}$, $\frac{3}{4}$.—On veut réduire $\frac{5}{6}$, $\frac{7}{8}$, $\frac{3}{8}$ au même dénominateur.—Réduire $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{11}{12}$ au même dénominateur.—On veut réduire au même dénominateur $\frac{3}{8}$, $\frac{11}{16}$, $\frac{15}{20}$.—On veut réduire de même $\frac{7}{8}$, $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{4}$.—Réduisez au même dénominateur $\frac{5}{6}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{11}{12}$, $\frac{7}{8}$.—Réduisez $\frac{5}{12}$, $\frac{7}{15}$, $\frac{8}{16}$, $\frac{3}{20}$.—On se propose de réduire $\frac{7}{20}$, $\frac{11}{16}$, $\frac{8}{14}$, $\frac{3}{8}$, $\frac{9}{12}$.—On veut réduire de même $\frac{1}{2}$, $\frac{11}{18}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{15}{24}$, $\frac{7}{8}$.—Réduisez $\frac{9}{15}$, $\frac{11}{18}$, $\frac{5}{8}$, $\frac{9}{16}$, $\frac{15}{24}$.—Réduisez de même $\frac{14}{16}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{2}{20}$, $\frac{17}{22}$, $\frac{15}{32}$.—De même réduisez au même dénominateur $\frac{11}{12}$, $\frac{15}{20}$, $\frac{7}{9}$, $\frac{5}{6}$, $\frac{2}{3}$.

QUESTIONNAIRE.

137. Que faut-il faire pour réduire une fraction à sa plus simple expression ?—138. Sur quels principes repose la recherche du plus grand commun diviseur ?—139. Pour trouver le plus grand commun diviseur des deux termes d'une fraction, que faut-il faire ?—140. Qu'est-ce que réduire deux ou plusieurs fractions au même dénominateur ?—141. Quel est l'objet de cette réduction ?—142. Que fait-on pour réduire deux fractions au même dénominateur ?—143. Que fait-on lorsqu'il y a plus de deux fractions ?—144. Faites la même réduction d'une autre manière.

# 17<sup></sup>

## Addition des fractions.

145. L'addition des fractions présente deux cas : ou elles ont un dénominateur commun, ou elles ne se présentent pas avec cette circonstance.

146. *Premier cas.* Quand les fractions à additionner ont un dénominateur commun, il faut additionner tous les numérateurs ; le total de cette addition est le numérateur d'une nouvelle fraction ou d'une expression fractionnaire dont le dénominateur primitif est le dénominateur.

*Exemple :* On veut connaître le total des fractions $\frac{5}{12}$, $\frac{3}{12}$, $\frac{9}{12}$ et $\frac{11}{12}$ : Quel est-il ?

*Opération :*

$$\begin{array}{r} 5 \\ +\ 3 \\ +\ 9 \\ +11 \\ \hline \end{array}$$

$$=\frac{28}{12}=2\,\frac{4}{12}=2\,\frac{1}{3}.$$

Après avoir écrit les uns sous les autres les numérateurs 5, 3, 9, 11, et les avoir additionnés, j'ai obtenu pour total 28 ; j'ai souligné ce nombre et j'ai écrit dessous le dénominateur 12 : j'ai donc obtenu $\frac{28}{12}$ ou 2 entiers et $\frac{4}{12}$, ou 2 entiers et $\frac{1}{3}$ (132,135).

147. *Deuxième cas.* Quand les fractions que l'on veut additionner n'ont pas le même dénominateur, il faut les y réduire (142), et opérer ensuite comme dans le premier cas.

*Exemple :* Quel est le total des fractions $\frac{2}{3}$, $\frac{5}{6}$, $\frac{7}{8}$, $\frac{1}{2}$ ?
Après avoir réduit ces fractions au même dénominateur,

j'ai obtenu $\frac{96}{144}$, $\frac{120}{144}$, $\frac{108}{144}$, et $\frac{72}{144}$, nouvelles fractions de même valeur que les premières.

*Opération :*

$$\begin{array}{r} 96 \\ +120 \\ +108 \\ +\ 72 \\ \hline 396 \end{array}$$

$$= \frac{396}{144} = 2\ \tfrac{3}{4}.$$

Après avoir effectué l'addition des nombres 96, 120, 108 et 72, j'ai obtenu pour numérateur 396, numérateur nouveau, qui a pour dénominateur 144, ou $\frac{396}{144}$, ou 2 entiers et $\frac{3}{4}$ (132,133).

### Soustraction des fractions.

148. La soustraction des fractions offre, comme l'addition, deux cas différents.

149. *Premier cas.* Ou les deux fractions ont le même dénominateur : dans ce cas ; il faut retrancher du numérateur le plus fort le numérateur le plus faible ; le reste, ou leur différence, sera le numérateur d'une nouvelle fraction qui aura pour dénominateur le dénominateur primitif.

*Exemple :* On veut retrancher $\frac{5}{12}$ de $\frac{11}{12}$ : quel sera le reste ?

*Opération :*

$$\begin{array}{r} 11 \\ -\ 5 \\ \hline 6 \end{array}$$

$$= \frac{6}{12} = \tfrac{1}{2}$$

Après avoir retranché 5, numérateur de la fraction la plus faible, de 11, numérateur de la fraction la plus forte, j'ai obtenu 6 pour reste ; j'ai souligné ce reste et j'ai

écrit au-dessous 12, dénominateur primitif : $\frac{5}{12}$ retranché de $\frac{11}{12}$ égale donc $\frac{6}{12}=\frac{1}{2}$.

150. *Deuxième cas.* Ou les deux fractions n'ont pas le même dénominateur : dans ce cas, il faut les y réduire (140,142), et opérer ensuite comme dans le premier cas.

*Exemple :* On veut retrancher $\frac{3}{4}$ de $\frac{7}{8}$ : quelle sera la différence ? Je réduis les fractions $\frac{3}{4}$ et $\frac{7}{8}$ au même dénominateur, et j'obtiens $\frac{24}{32}$ et $\frac{28}{32}$ ; puis je retranche la première de la seconde.

*Opération :*

$$\begin{array}{r} 28 \\ -\ 24 \\ \hline 4 \end{array}$$

$$=\frac{4}{32}=\frac{1}{8}$$

Après avoir retranché le numérateur de la plus petite fraction, 24, du numérateur de la plus forte, 28, j'ai obtenu 4 pour différence ; je souligne 4 et j'écris au-dessous 32, dénominateur commun primitif. Le résultat est donc $\frac{4}{32}$ ou $\frac{1}{8}$.

## Multiplication des fractions.

151. La multiplication des fractions présente trois cas : 1° ou l'on a à multiplier une fraction par une autre fraction ; 2° ou l'on a à multiplier un entier ou des entiers par une fraction ; 3° ou l'on a à multiplier des entiers accompagnés d'une fraction par des entiers également accompagnés d'une fraction.

152. *Premier cas.* Quand on a à multiplier une fraction par une fraction, il faut multiplier le numérateur de la fraction multiplicande par le numérateur de la fraction multiplicateur, et multiplier aussi le dénominateur de la fraction multiplicande par le dénominateur de la fraction multiplicateur.

*Exemple :* On veut connaître le produit de $\frac{3}{4}$ multiplié par $\frac{2}{3}$.

*Opération :* $$\frac{3}{4} \times \frac{2}{3} = \frac{6}{12}$$

Après avoir disposé l'opération comme nous venons de le faire, je multiplie 3 par 2, c'est-à-dire les deux numérateurs l'un par l'autre, et j'obtiens 6 pour résultat ; je multiplie ensuite 4 par 3, et j'obtiens 12 pour second résultat : le résultat ou produit est donc $\frac{6}{12} = \frac{1}{2}$. En effet, soit l'unité partagée en douze parties ou $\frac{12}{12}$ : les trois quarts de ce nombre seront $\frac{9}{12}$ ; or, qu'est-ce que multiplier $\frac{9}{12}$ ($\frac{3}{4}$) par $\frac{2}{3}$ ? C'est chercher un nombre tel que, si on le divise par $\frac{2}{3}$, on aura $\frac{9}{12}$ au quotient, ou plus simplement, c'est prendre deux fois le tiers de $\frac{9}{12}$ : le tiers de $\frac{9}{12}$ égale $\frac{3}{12}$, et les deux tiers $\frac{6}{12}$ ou $\frac{1}{2}$.

153. *Deuxième cas.* Pour multiplier un ou plusieurs entiers par une fraction, et réciproquement, il faut mettre les entiers sous forme de fraction et opérer ensuite comme dans le premier cas.

*Exemple :* Quel sera le résultat de 25 entiers multipliés par $\frac{5}{6}$ ?

*Opération :* $$\frac{25}{1} \times \frac{5}{6} = \frac{125}{6} = 20\ \frac{5}{6}.$$

Après avoir écrit 25 comme numérateur d'une fraction dont l'unité est le dénominateur, je multiplie $\frac{25}{1}$ par $\frac{5}{6}$, et j'obtiens pour résultat $\frac{125}{6} = 20\ \frac{5}{6}$ (132).

154. *Troisième cas.* Pour multiplier un nombre entier accompagné d'une fraction par un autre nombre entier également accompagné d'une fraction, il faut réduire le nombre multiplicande et le nombre multiplicateur en frac-

tions de même nature que celles qui les accompagnent (131).

*Exemple :* Quel sera le produit de 8 entiers $\frac{3}{4}$ multipliés par 9 entiers $\frac{7}{8}$ ?

*Opération :* $\frac{35}{4} \times \frac{79}{8} = \frac{2765}{32} = 86\frac{13}{32}$.

Après avoir réduit $8\frac{3}{4}$ en quarts (131) et $9\frac{7}{8}$ en huitièmes, j'ai obtenu $\frac{35}{4}$ et $\frac{79}{8}$ ; j'ai multiplié les deux termes de la première fraction ($\frac{35}{4}$) par les deux termes de la seconde ($\frac{79}{8}$), et j'ai obtenu $\frac{2765}{32} = 86\frac{13}{32}$ (152).

EXERCICES.

*Addition.*—Additionnez ensemble $\frac{3}{8}$, $\frac{7}{8}$ et $\frac{5}{8}$.—On veut additionner $\frac{5}{6}$, $\frac{3}{6}$ et $\frac{4}{6}$, quel sera le total ?—Quel total donneront les fractions $\frac{15}{16}$, $\frac{7}{16}$, $\frac{9}{16}$ et $\frac{11}{16}$ ?—Si l'on avait à additionner $\frac{3}{9}$, $\frac{7}{9}$, $\frac{5}{9}$ et $\frac{8}{9}$, quel total aurait-on ?—Faites le total de $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{5}{6}$.—Additionnez $\frac{7}{8}$, $\frac{5}{6}$ et $\frac{1}{2}$.—Additionnez également $\frac{5}{6}$, $\frac{11}{12}$, $\frac{3}{4}$ et $\frac{4}{5}$.—Quel sera le total de $\frac{3}{8}$, $\frac{5}{12}$, $\frac{11}{16}$ et $\frac{4}{5}$ ?—On désire connaître le total de $\frac{3}{4}$, $\frac{1}{2}$, $\frac{7}{8}$, $\frac{9}{12}$ et $\frac{11}{16}$.

*Soustraction.*—Retranchez $\frac{3}{8}$ de $\frac{5}{8}$.—Dites la différence qu'il y a entre $\frac{9}{16}$ et $\frac{11}{16}$.—Si l'on retranchait $\frac{19}{24}$ de $\frac{23}{24}$, que resterait-il ?—Quel nombre faudrait-il ajouter à $\frac{7}{16}$ pour obtenir $\frac{15}{16}$ ?—En ajoutant un nombre à $\frac{3}{8}$ on obtiendrait $\frac{11}{12}$ : quel est ce nombre ?—Otez $\frac{1}{5}$ plus $\frac{2}{5}$ de $\frac{7}{8}$ et dites la différence ou le reste ?—En ajoutant $\frac{3}{8}$ à un nombre on obtiendra $\frac{15}{16}$ : quel est-il ?—On a retranché le total de $\frac{3}{8}$ et $\frac{5}{12}$ de $\frac{19}{20}$ : quelle différence a-t-on obtenue ?—Quel reste obtiendrait-on en retranchant $\frac{5}{6}$ de $\frac{11}{12}$ ?—Retranchez $\frac{1}{2} + \frac{3}{8}$ de $\frac{9}{10}$.

*Multiplication.*—Multipliez $\frac{2}{3}$ par $\frac{3}{4}$ et faites-en connaître le total.—Quel est le produit de $\frac{5}{6}$ multiplié par $\frac{7}{8}$ ? Multipliez $\frac{3}{4}$ par $\frac{5}{6}$.—Donnez le produit de $\frac{2}{3}$ multiplié par $\frac{9}{12}$.—Quel sera le produit de $\frac{1}{4}$ multipliée par $\frac{15}{16}$ ?—

On veut multiplier $\frac{7}{8}$ par $\frac{11}{12}$ : quel produit obtiendra-t-on ? —Quel produit donneront les fractions $\frac{2}{3}$ et $\frac{5}{8}$ multipliées l'une par l'autre ?—Les deux facteurs d'une multiplication sont $\frac{11}{12}$ et $\frac{15}{16}$ : quel sera ce produit ?

PROBLÈMES.

*Addition.*—Un marchand possède un coupon de drap de $\frac{11}{12}$, un autre de $\frac{5}{16}$, un autre de $\frac{7}{8}$, un quatrième de $\frac{5}{6}$, pour faire confectionner un vêtement : quel en sera le mesurage ?—On a retranché $\frac{7}{8}$ d'un nombre, et il reste $\frac{11}{12}$ : quel était ce nombre ?—On a coupé d'une pièce d'étoffe $\frac{3}{4}$, puis $\frac{5}{6}$, ensuite $\frac{15}{16}$ ; il reste $\frac{2}{3}$, plus $\frac{7}{8}$ : quelle était la longueur de cette pièce d'étoffe ?—On a ajouté $\frac{5}{6}$ et $\frac{3}{4}$ à $\frac{2}{3}$ : quelle longueur a-t-on obtenue ?—Une fontaine en coulant pendant 16 jours remplira un bassin ; une autre le remplira en 12 jours : quelle partie du bassin rempliront-elles si on les laisse couler ensemble pendant 3 jours ?—Un tisserand fait une pièce de tweed en 24 jours ; un autre fait la même pièce en 30 jours : combien de tweed feront-ils en travaillant le premier 5 jours, le deuxième 8 ?

*Soustraction.*—Deux nombres donnent pour total $\frac{56}{60}$ ; l'un de ces nombres est $\frac{7}{16}$ : quel est l'autre ?—Un vase contenait $\frac{7}{8}$ de lait : quelle quantité faudrait-il en extraire pour qu'il en restât $\frac{2}{3}$ ?—On a pris 1 verge $\frac{3}{4}$ de soie sur 61 verges $\frac{2}{3}$ : quelle quantité de soie reste-t-il ?—On a ajouté $\frac{3}{4}$ à un nombre pour avoir $\frac{7}{8}$ : quel est ce nombre ? En une heure une fontaine donne 73 pieds cubes $\frac{11}{12}$ d'eau ; une autre en donne 76 pieds cubes $\frac{5}{12}$ : dites l'excédant de la première sur la seconde.

*Multiplication*—On veut connaître la superficie d'un carré qui a $\frac{3}{4}$ de côté : quelle sera-t-elle ?—Quelle est la superficie d'une table qui a 4 pieds $\frac{2}{3}$ de long sur 3 pieds

$\frac{5}{6}$ de large ?—3 verges $\frac{11}{12}$ coûteront un prix que l'on cherche : quel sera ce prix si 1 verge coute $1.90 ?—Un voyageur fait en un jour 11 milles $\frac{2}{3}$ : combien fera-t-il en 20 jours ?—Un parquet a 21 pieds $\frac{5}{12}$ de long sur 16 pieds $\frac{3}{4}$ de large : combien a-t-il de superficie ?—Il faut 2 verges $\frac{3}{4}$ de drap pour habiller une personne : combien en faudra-t-il pour en habiller 28 ?—On a calculé qu'il passe, en un jour, sous une arche du pont Victoria 5041 pieds cubes $\frac{3}{4}$ d'eau : combien en passera-t-il dans le courant de 8 jours ?

---

# 18me LEÇON.

## Division des fractions.

155. Pour diviser une fraction par une fraction, il faut multiplier la fraction dividende par la fraction diviseur renversée. Cette opération présente, comme la multiplication, trois cas différents.

156. *Premier cas.* Quand on a à diviser une fraction par une autre fraction, il faut renverser la fraction diviseur, puis multiplier la fraction dividende par la fraction diviseur ainsi renversée.

*Exemple :* Quel sera le quotient de $\frac{3}{4}$ divisé par $\frac{5}{6}$ ?

*Opération :* $\frac{3}{4} \times \frac{6}{5} = \frac{18}{20} = \frac{9}{10}$ (152).

J'écris la fraction dividende $\frac{3}{4}$ ; puis, au lieu d'écrire la fraction diviseur comme dans la multiplication, j'écris le dénominateur à la place du numérateur et celui-ci à la place du dénominateur ; je multiplie le numérateur de la fraction dividende, 3, par le dénominateur de la fraction diviseur, 6, et j'écris le résultat 18 en regard ; puis, je multiplie le dénominateur de la fraction dividende, 4, par le numérateur de la fraction diviseur, 5 ; j'ai pour second

résultat 20, que j'écris au-dessous de 18 : le résultat total est donc $\frac{18}{20}$ ou $\frac{9}{10}$. En effet, soit l'unité partagée en 20 parties, nous aurons $\frac{20}{20}$ : les trois quarts de ce nombre sont $\frac{15}{20}$ ou $\frac{3}{4}$. Or, qu'est-ce que diviser $\frac{15}{20}$ ou $\frac{3}{4}$ par $\frac{5}{6}$ ? c'est chercher un nombre tel que, si on le multiplie par $\frac{5}{6}$, on aura $\frac{15}{20}$ ou $\frac{3}{4}$ au produit, ou plus simplement, c'est prendre 6 fois la cinquième partie de $\frac{15}{20}$ : la cinquième partie de $\frac{15}{20}$ égale $\frac{3}{20}$, et cette partie répétée six fois égale $\frac{18}{20}$ ou $\frac{9}{10}$.

157. *Deuxième cas.* Quand on a à diviser un ou plusieurs entiers par une fraction, et réciproquement, il faut placer l'entier ou les entiers sous forme de fraction, et opérer ensuite comme dans le premier cas.

*Exemple :* Soit à diviser 5 entiers par $\frac{7}{8}$.

*Opération :* $\frac{5}{1} \times \frac{8}{7} = \frac{40}{7} = 5\ \frac{5}{7}$.

J'écris le dividende 5 comme numérateur dont l'unité est le dénominateur, et après avoir écrit le diviseur $\frac{7}{8}$, les deux termes renversés, j'opère comme dans le premier cas : le résultat est $\frac{40}{7}$ ou 5 entiers $\frac{5}{7}$ (152).

158. *Troisième cas.*—Si l'on avait à diviser un nombre entier accompagné d'une fraction par un autre nombre entier accompagné d'une fraction, il faudrait réduire les deux nombres entiers en fractions de même nature que celles qui les accompagneraient (131), et opérer ensuite comme sur deux fractions seules.

*Exemple :* $\frac{23}{4} \times \frac{3}{11} = \frac{69}{44} = 1\frac{25}{44}$.

Je réduis 5 entiers $\frac{3}{4}$ en quarts, puis 3 entiers $\frac{2}{3}$ en tiers, et j'ai $\frac{23}{4}$ et $\frac{11}{3}$ ; puis, ayant renversé $\frac{11}{3}$, je multiplie le numérateur 23 par le dénominateur 3, et j'obtiens 69 ; puis je multiplie le dénominateur 4 par le numérateur 11, et j'obtiens 44 : le résultat de $\frac{23}{4}$ divisé par $\frac{11}{3}$ est

donc $\frac{69}{44} = 1\ \frac{25}{44}$. En effet, qu'est-ce que diviser $\frac{23}{4}$ par $\frac{11}{3}$ ? c'est chercher un nombre tel que, si on le multiplie par $\frac{11}{3}$, on obtienne $\frac{23}{4}$ au produit, ou plus simplement, c'est prendre trois fois la onzième partie de $\frac{23}{4}$ : or, la onzième partie de $\frac{23}{4}$ égale $\frac{23}{4 \times 11} = \frac{23}{44}$, et les trois onzièmes égalent $\frac{23 \times 3}{44} = \frac{69}{44} = 1\ \frac{25}{44}$.

*Réduction des fractions ordinaires en fractions décimales, et réciproquement.*

159. Comme on l'a vu ci-dessus (127), toute fraction ordinaire ou à deux termes doit être considérée comme un reste de division ; ce reste est le numérateur, et le diviseur de la division, le dénominateur de cette fraction. En effet, si je divise 35 par 8, par exemple, j'aurai pour quotient $\frac{35}{8} = 4\ \frac{3}{8}$, c'est-à-dire 4 entiers et 3 pour reste. En continuant la division, j'obtiendrai des dixièmes, des centièmes, des millièmes, etc.

*Exemple :*

| | |
|---|---|
| 35 | 8 |
| 30 | |
| 60 | 4,375 |
| 40 | |
| 0 | |

Mais pour obtenir la première décimale 3, je place un zéro à côté de 3, reste de la division des unités, et j'obtiens des dizaines pour deuxième dividende partiel, conséquement des dixièmes au quotient ; à côté du deuxième reste 6, j'écris aussi un zéro, j'obtiens des centièmes pour troisième dividende partiel, etc.

Ainsi, pour réduire une fraction ordinaire en fraction décimale, il faut diviser le numérateur par le dénominateur ; le quotient sera la fraction à deux termes traduite en dixièmes, centièmes, millièmes, etc.

160. Pour réduire une fraction décimale en fraction ordi-

naire, il faut souligner cette fraction et écrire au-dessus la nature des parties qu'elle représente.

Ainsi, le nombre 4 entiers 5 dixièmes s'écrira 4 $\frac{5}{10}$ ; le nombre 6 entiers 5 centièmes s'écrira 6 $\frac{5}{100}$ ; le nombre 24 entiers 315 millièmes s'écrira 24 $\frac{315}{1000}$ ; et enfin le nombre 310 entiers 4009 dix-millièmes s'écrira 310 $\frac{4009}{10000}$.

EXERCICES.

*Division.*—Divisez $\frac{4}{5}$ par $\frac{2}{3}$.—Quel sera le quotient de $\frac{7}{8}$ divisé par $\frac{5}{6}$ ?—Donnez le quotient de $\frac{3}{4}$ par $\frac{5}{8}$.—On veut connaître le quotient de $\frac{1}{2}$ par $\frac{7}{8}$.—Divisez $\frac{4}{5}$ par $\frac{2}{3}$.—Opérez la division de $\frac{4}{9}$ par $\frac{9}{12}$.—Faites la division de $\frac{7}{10}$ par $\frac{5}{8}$.—Quel sera le quotient de $\frac{15}{16}$ divisé par $\frac{3}{8}$.—$\frac{11}{18}$ est le produit de deux nombres ; l'un de ces nombres est $\frac{3}{4}$ : quel est l'autre ?—Divisez 11 entiers $\frac{7}{8}$ par 2 entiers $\frac{11}{12}$.—Il a fallu 21 verges $\frac{2}{3}$ d'étoffe pour habiller cinq personnes : combien en a-t-il fallu pour chacune d'elles ?—Le produit de deux nombres égale $15\frac{2}{7}$ ; l'un de ces nombres égale $9\frac{7}{8}$ : quel est l'autre ?

*Réduction des fractions.*—Réduisez $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{4}$, en fractions décimales.—Réduisez en décimales $\frac{7}{8}$, $\frac{9}{10}$, $\frac{11}{12}$.—Mettez en décimales $\frac{5}{6}$, $\frac{14}{21}$.—On veut réduire $\frac{15}{16}$, $\frac{19}{20}$, $\frac{21}{24}$, en décimales.—Réduisez en fraction ordinaire 0, 5.—Réduisez de même 0, 05.—Mettez en fraction à deux termes 0, 50.—Mettez en fraction ordinaire 0, 01.—Réduisez 0, 010 en fraction à deux termes.—Mettez en fraction ordinaire 0, 00314.

PROBLÈMES.

*Division.*—Neuf personnes ont à se partager une pièce d'étoffe de 45 verges $\frac{11}{16}$ : Quelle sera la part de chaque personne ?—Il passe sous un pont et en une minute 9464 pieds cubes $\frac{21}{24}$ d'eau : combien en passe-t-il sous chaque

arche si elles sont au nombre de 7 et de même ouverture ? —Un champ a 5940 pieds $\frac{6}{12}$ de superficie ; sa longueur est de 81 pieds $\frac{3}{4}$ : quelle est sa largeur ?

QUESTIONNAIRE.

145. Combien de cas présente l'addition des fractions ? —146. Dites le premier.—147. Dites le second.—148. Combien la soustraction des fractions offre-t-elle de cas ?—149. Dites le premier.—150. Dites le second.—151. Combien de cas présente la multiplication des fractions ?—152. Enoncez le premier.—153. Enoncez le deuxième.—154. Dites le troisième.—155. Que faut-il faire pour diviser une fraction par une fraction ?—156. Dites ce qu'il faut faire dans le premier cas.—157. Que fait-on quand on a à diviser un ou plusieurs entiers par une fraction ?—158. Quel est l'objet du troisième cas ?—159. Comment doit être considérée toute fraction à deux termes ?—Que faut-il faire pour réduire une fraction ordinaire en fraction décimale ?—160. Que faut-il faire pour réduire une fraction décimale en fraction ordinaire ?

---

## 19me LEÇON.

### Poids et Mesures.

161. On appelle système légal des Poids et mesures l'ensemble des Poids et mesures adopté par un pays, une contrée ou un gouvernement et mis en usage pour faciliter et régulariser les transactions commerciales.

162. Les Poids et mesures en usage sont :

1° Les mesures de monnaies ;

2° Les mesures de poids ;

3° Les mesures linéaires ou de longueur ;

4° Les mesures de surface ou de superficie ;
5° Les mesures cubiques ;
6° Les mesures de capacités ;
7° Les mesures pour le temps et la durée.

## 1° Mesures de Monnaie.

### MONNAIES DES ETATS-UNIS.

163. Les monnaies des Etats-Unis, appelées monnaies fédérales, établies par un acte du Congrès, en 1786, sont :

| | | |
|---|---|---|
| 1° L'aigle. | = 10 Dollars | marquée E. |
| 2° Le Dollar, unité de mesure. | = 10 Dimes | " $. |
| 3° Le Dime ou dixième. | = 10 Cents | " D. |
| 4° Le Cent ou centième. | = 10 Milles | " C. |
| 5° Le Mille. | = N'a pas de subdivision. | |

164. Les monnaies des Etats-Unis sont divisées, quant à la matière :

1° *En or ;* 2° *en argent ;* 3° *en cuivre.*

### MONNAIE D'OR.

165. La monnaie d'or est au titre de neuf dixièmes d'or fin et d'un dixième, partie en argent et partie en cuivre, savoir :

| | | | |
|---|---|---|---|
| 1° | La pièce de | 20 | dollars ; |
| 2° | " | 10 | " ; |
| 3° | " | 5 | " ; |
| 4° | " | 3 | " ; |
| 5° | " | 2½ | " ; |
| 6° | " | 1 | " . |

166. Le poids légal de la pièce de 10 dollars = 258 grains. Le poids des autres pièces est proportionnel à leur valeur.

### MONNAIE D'ARGENT.

167. La monnaie d'argent est au titre de neuf parties d'argent et une partie de cuivre. Ces monaies sont :

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 1° La pièce de | 1 dollars | | Poids légal | 412 grains. |
| 2° " | $\frac{1}{2}$ " ou 50 cents | | " | 192 " |
| 3° " | $\frac{1}{4}$ " " 25 " | | " | 96 " |
| 4° " | 10 cents ou dime | | " | $38\frac{2}{5}$ " |
| 5° " | 5 " ou $\frac{1}{2}$ " | | " | $19\frac{1}{5}$ " |
| 6° " | 3 " | | " | $11\frac{52}{100}$ " |

168. *Remarque.* L'ancien cent pèse 168 grains ; le nouveau, 72 grains.

MONNAIE DE CUIVRE.

169. La monnaie de cuivre est composée de 88 parties de cuivre et de douze de nickel. Ces monnaies sont :

1° La pièce de 1 cent ;
2° " $\frac{1}{2}$

MONNAIES DE L'ANGLETERRE.

170. Les monnaies de l'Angleterre appelées monnaies sterling sont :

| | | | |
|---|---|---|---|
| 1° Le farthing. | 4 farthings = 1 penny | marqué | d. |
| 2° Le pence ou deniers. | 12 pences = 1 shilling | " | s. |
| 3° Le shilling. | 20 shillings = 1 livre | " | £ |

171. *Remarque.* Le farthing est quelquefois exprimé en fractions de deniers ; dans ce cas 1 farthing = $\frac{1}{4}$ de denier ; 2 farthings = $\frac{1}{2}$ denier.

172. La monnaie de l'Angleterre quant à la matière est divisée :

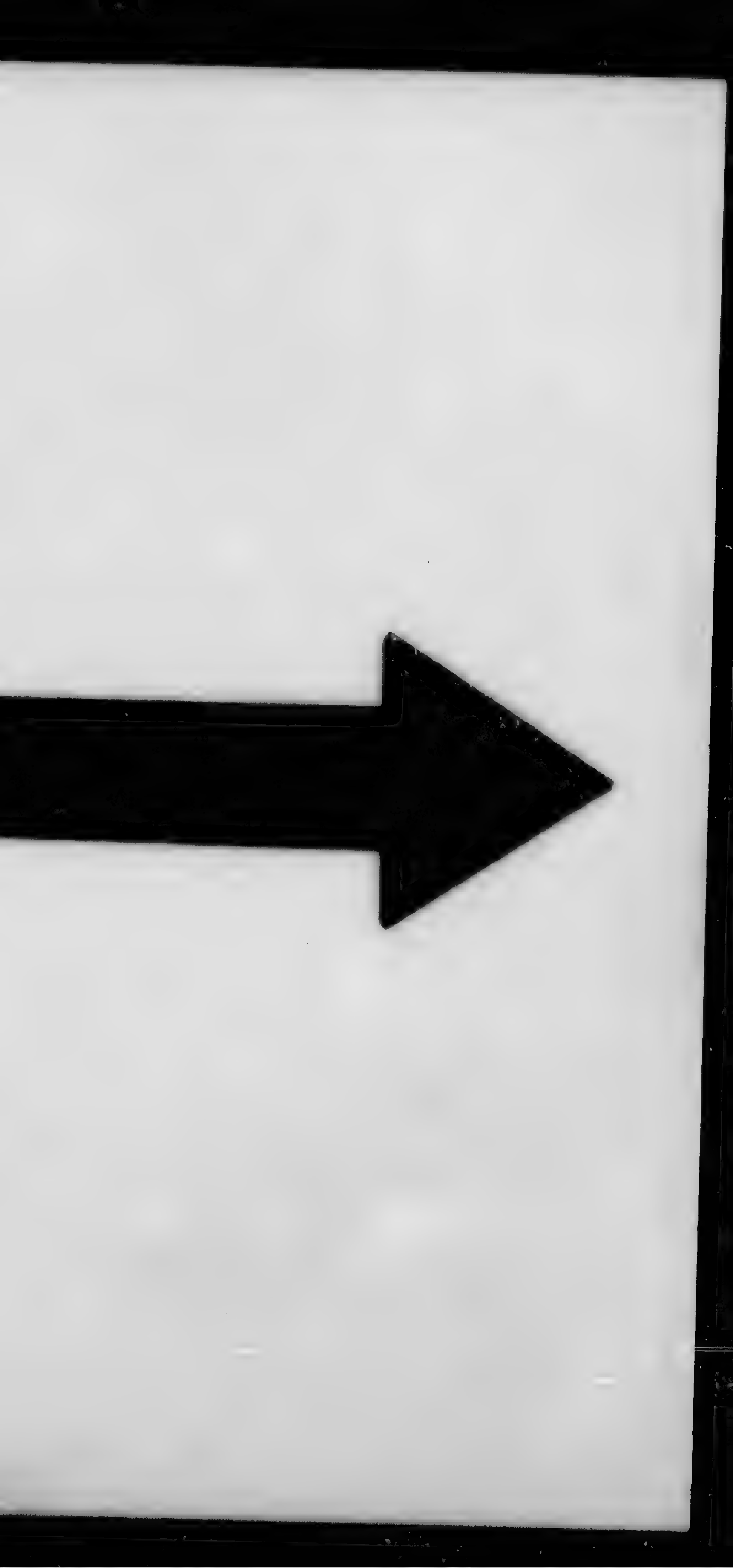
1° *En monnaie d'or ;* 2° *en monnaie d'argent ;* 3° *en monnaie de cuivre.*

MONNAIE D'OR.

173. La monnaie d'or au titre de 11 parties d'or, et une de cuivre comprend :

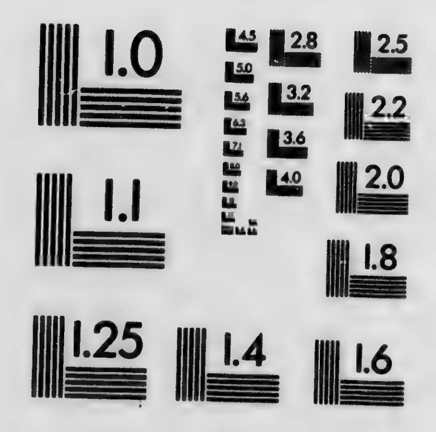
1° La pièce de 5 souverains ;
2° La pièce du double souverain ;
3° La pièce d'un souverain ;
4° La pièce du $\frac{1}{2}$ souverain.





MICROCOPY RESOLUTION TEST CHART

(ANSI and ISO TEST CHART No. 2)



174. Le souverain = la livre sterling dont la valeur légale en monnaie des Etats-Unis est de $ 4.84; la valeur de la guinée anglaise = 21 shillings ;—la pièce de 5 guinées ; de 1 guinée ; d'une $\frac{1}{2}$ guinée ; d'un $\frac{1}{4}$ de guinée et d'un $\frac{1}{3}$ de guinée ne sont plus frappées.

MONNAIE D'ARGENT.

175. La monnaie d'argent, au titre de 37 parties d'argent pur et de 3 parties de cuivre, comprend :

1° La pièce de 1 couronne, poids légal $436\frac{4}{11}$ grains de [Troyes ;
2° " $\frac{1}{2}$ "
3° " 1 shilling
4° " 6 pences
5° " 4 "
6° " 3 "
7° " 2 "
8° " $1\frac{1}{2}$ "
9° " 1 pence ou denier.

MONNAIE DE CUIVRE.

176. Les monnaies de cuivre sont :

1° Le penny ou denier du poids de $291\frac{2}{3}$ grains de Troyes.
2° Le $\frac{1}{2}$ penny.
3° Le farthing.
4° Le $\frac{1}{2}$ farthing.

177. *Remarque.* On a allié du cuivre avec l'argent et l'or des monnaies afin de les rendre plus dures, et, ainsi de les faire servir plus longtemps ; car, à l'état de pureté, ces métaux sont mous et faciles à user.—C'est pour le même motif, et aussi parce qu'il ne s'oxidera pas, qu'on a préféré le bronze à l'ancien metal des grosses monnaies.

QUESTIONNAIRE.

161. Qu'appelle-t-on système légal des Poids et mesures ?—162. Quels sont les Poids et mesures en usage ?—

163. Quelles sont les monnaies des Etats-Unis ?—164. Comment sont divisées ces monnaies quant à leurs matières ?—165. Indiquez les monnaies d'or et leurs titres ? —Qu'entend-on par titre ?—166. Quel est le poids légal de la pièce de 10 dollars et des autres ?—167. A quel titre est la monnaie d'argent ?—168. Indiquez l'objet de la remarque.—169. Comment est composée la monnaie de cuivre ?—Quelles sont elles ?—170. Quelles sont les monnaies de l'Angleterre ?—171. Dites l'objet de la remarque ?—172. Comment est divisée la monnaie de l'Angleterre quant à la matière ?—173. A quel titre est la monnaie d'or de l'Angleterre ?—174. A quoi égale le souverain ?—La guinée anglaise ?—Que dites-vous des pièces de 5 guinées, d'une guinée, d'une $\frac{1}{2}$ guinée, de $\frac{1}{3}$ de guinée et de $\frac{1}{4}$ de guinée ?—175. A quel titre est la monnaie d'argent ?—Quelles pièces comprend cette monnaie ?—176. Quelles sont les monnaies de cuivre ?—177. Pourquoi a-t-on allié du cuivre avec l'argent et l'or des monnaies ?

---

## 20me LEÇON.

—

### 2° Mesures de Poids

#### POIDS DE TROYES.

178. Les mesures de Poids sont celles qui servent à évaluer les corps, les marchandises quant à leur pesanteur. Les poids en général se divisent 1° en Poids de Troyes ; 2° en Poids Avoir du poids.

#### POIDS DE TROYES.

179. Les poids de Troyes qui servent à évaluer le poids de l'or, de l'argent, des bijoux ; les liqueurs ; qui

sont aussi employés pour les expériences de physique et de chimie sont :

1° La livre = 12 onces ;
2° L'once = 20 gros ;
3° Le gros = 24 grains.

180. Le poids légal de la livre égale 22,7944 pouces cubes d'eau distillée ramenée à son maximum de densité, le Baromètre étant à 30 pouces.

POIDS AVOIR DU POIDS.

181. Les Poids Avoir du Poids servent à évaluer toute espèce de marchandises à l'exclusion de celles énoncées dans le paragraphe précédent.

182. Ces poids sont :

| | | | |
|---|---|---|---|
| 1° Le tonneau | = 20 quintaux | marqué | T. ; |
| 2° Le quintal | = 4 quarts | " | cwt. ; |
| 3° Le ¼ de quintal | = 28 livres | " | qr. ; |
| 4° La livre | = 16 onces | " | lb. ; |
| 5° L'once | = 16 dragmes | " | oz. |

183. 1ère *Remarque.* La livre légale Avoir du poids égale 27, 7274 pouces d'eau distillée à la température de 62° Fahrenheit, le Baromètre étant à 30 pouces.

184. 2me *Remarque.* Aux Etats-Unis le quart de quintal est de 25 livres ; conséquemment, le quintal égale 100 livres et le tonneau 2000 livres.

POIDS EMPLOYÉS EN PHARMACIE.

185. Les poids employés en pharmacie pour les préparations médicinales sont :

| | | | |
|---|---|---|---|
| 1° La livre | = 12 onces | marqué | lb. |
| 2° L'once | = 8 dragmes | " | oz. |
| 3° Le dragme | = 3 scrupules | " | dr. |
| 4° Le scrupule | = 20 grains | " | sc. |

186. 1ère *Remarque.* Le grain, l'once et la livre sont les mêmes que dans les poids de Troyes.

187. 2me *Remarque.* Les préparations pharmaceutiques ou médicines sont généralement achetées et vendues avec les poids avoir du poids.

QUESTIONNAIRE.

178. Quelles sont les mesures de poids ?—179. Quels sont les Poids de Troyes, et à quoi sont-ils employés ?—180. A quoi égale le poids légal de la livre ?—181. A quoi servent les poids Avoir du poids ?—182. Quels sont ces poids ?—183. Dites l'objet de la première remarque ?—184. De la deuxième.—185. Quels sont les poids employés en pharmacie.—186. Quel est l'objet de la première remarque ?—187. De la deuxième.

---

# 21me LEÇON.

## 3° Mesures de longueur ou linéaires.

188. Les mesures de longueur ou linéaires, employées pour évaluer les distances de toute dimension sont :

1° Le cercle terrestre = 360 degrès ;
2° Le degrès = $69\frac{1}{6}$ mille ;

| Mesures Anglaises. | Mesures Françaises. |
|---|---|
| 3° La lieue = 3 milles. | 1° La lieue = 84 arpents. |
| 4° Le mille = 8 furlongs. | 2° L'arpent = 10 perches. |
| 5° Le furlong = 40 rods. | 3° La perche = 3 toises. |
| 6° Le rod = $5\frac{1}{2}$ verges ou $16\frac{1}{2}$ pieds. | 4° La toise = 6 pieds. |
| 7° La verge = 3 pieds. | 5° Le pied = 12 pouces. |
| 8° Le pied = 12 pouces. | 6° Le pouce = 12 lignes. |
| 9° Le pouce = 12 lignes. | 7° La ligne = 12 points. |

MESURES POUR LES DRAPS.

189. Ces mesures qui servent à évaluer les longueurs de petite dimension, comme les étoffes de toute nature, les soies, les draps, les rubans, etc., sont :

| | | | |
|---|---|---|---|
| 1° L'aune Française | = | 6 quarts ; | |
| 2° " Anglaise | = | 5 " | |
| 3° " Ecossaise | = | 4 " | 1 pi $\frac{1}{5}$. |
| 4° " Flamande | = | 3 " | |
| 5° La verge (unité principale) | = | 4 quarts. | |
| 6° Le quart | = | 4 nails. | |
| 7° Le nail | = | $2\frac{1}{4}$ pouces. | |

**4° Mesures de surface ou de Superficie.**

190. Ces mesures qui servent à évaluer les surfaces, c'est-à-dire l'étendue sous le double rapport de la longueur et de la largeur, comprennent :

MESURES FRANÇAISES.

| | | | |
|---|---|---|---|
| 1° 1 lieue carré, | 7056 | arpens carrés. | |
| 2° 1 arpent " | 100 | perches | " |
| 3° 1 perche " | 9 | toises | " |
| 4° 1 toise " | 36 | pieds | " |
| 5° 1 pied " | 144 | pouces | " |
| 6° 1 pouce " | 144 | lignes | " |

MESURES ANGLAISES.

| | | | |
|---|---|---|---|
| 1° 1 mille carré | = | 640 | acres carrés. |
| 2° 1 acre " | = | 4 | rods. |
| 3° 1 rod " | = | 40 | perches. |
| 4° 1 perche " | = | $30\frac{1}{4}$ | verges. |
| 5° 1 verge " | = | 9 | pieds. |
| 6° 1 pied " | = | 144 | pouces. |

MESURES POUR L'ARPENTAGE.

191. Ces mesures sont celles qui servent à évaluer les surfaces de moyenne et de petite dimension, telles que les propriétés rurales, bois, prés, terres, routes, étangs, etc., savoir :

| | | | |
|---|---|---|---|
| 1° Le chainon | = | $7\frac{92}{100}$ | pouces carrés. |
| 2° La perche | = | 25 | chainons. |
| 3° La chaine | = | 4 | perches. |
| 4° Le furlong | = | 10 | chaines. |
| 5° Le mille | = | 8 | furlongs. |

### 5° Mesures Cubiques.

192. On entend par mesures cubiques celles qui servent à évaluer l'étendue sous le rapport de la longueur de la largeur et de la hauteur. Elles servent à mesurer les bois de chauffage, de charpente ; les pierres, les caisses de marchandises, etc. Ces mesures sont :

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 1° Le pied cube | = | 1728 | pouces | cubes. |
| 2° La verge " | = | 27 | pieds. | " |
| 3° Le tonneau " | = | 40 | " | " |
| 4° Le pied de corde | = | 16 | " | " |
| 5° La corde | = | 8 | " | " de corde, pile de |

bois de 8 p. de long sur 4 p. de large et 4 p. de haut. Le tonneau de bois, mesure d'aujourd'hui, égale $10\frac{92}{100}$ pieds cube. La même dite de planche se dit des bois sciés, tels que planches, solives, madriers, etc.

#### QUESTIONNAIRE.

188, Quelles sont les mesures de longueur ou linéaires ?—A quoi servent-elles ?—189. A quoi servent les mesures pour les draps ?—Quelles sont ces mesures ?—190. A quoi servent les mesures de superficie ?—Quelles sont ces mesures ?—191. Quelles sont les mesures pour l'arpentage ?—Quelles sont ces mesures ?—192. Qu'entend-on par mesures cubiques ? Quelles sont elles ?

# 22me LEÇON.

## 6° Mesures de capacité.

(LIQUIDES.)

193. Les mesures de capacité pour les liquides servent à évaluer tous les liquides (le lait et la bière exceptés) tels que la mélasse, le vin, l'alcool, l'huile, etc. Ces mesures sont :

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 1° | La pinte | = | 4 | gills. |
| 2° | Le quart | = | 2 | pintes. |
| 3° | Le gallon | = | 4 | quarts. |
| 4° | Le baril | = | 31½ | gallons. |
| 5° | Le tierçon | = | 42 | gallons. |
| 6° | La barrique | = | 63 | gallons. |
| 7° | La pipe | = | 2 | barriques. |
| 8° | Le tonneau | = | 2 | pipes. |

MATIÈRES SÈCHES.

194. Les mesures de capacité pour les matières sèches servent à mesurer les céréales, les farineux, les légumes, les fruits. Ces mesures sont :

MESURES DE MANCHESTER.

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 1° | La pinte | = | 2 | chopines. |
| 2° | Le pot | = | 2 | pintes. |
| 3° | Le gallon | = | 2 | pots. |
| 4° | Le minot | = | 8 | gallons (bushel). |
| 5° | Le setier | = | 8 | minots (quarter). |

MESURES DES ETATS-UNIS.

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 1° | Le quart | = | 2 | pintes. |
| 2° | Le peck | = | 8 | quarts. |
| 3° | Le minot | = | 4 | pecks. |
| 4° | Le setier | = | 8 | minots. |
| 5° | Le chaldron | = | 4 | setiers. |

MESURES IMPÉRIALES.

| | | |
|---|---|---|
| 1° La pinte | = | 2 chopines. |
| 2° Le gallon | = | 4 pintes. |
| 3° Le quart | = | 2 gallons. |
| 4° Le minot | = | 4 quarts. |
| 5° Le setier | = | 8 minots. |

MESURES POUR LA BIÈRE ET LE LAIT.

| | | |
|---|---|---|
| 1° Le quart | = | 2 pintes. |
| 2° Le gallon (1) | = | 4 quarts. |
| 3° Le baril | = | 36 gallons. |
| 4° La barrique | = | $1\frac{1}{2}$ baril. |

### 7° Mesures pour le temps.

195. Ces mesures ont pour objet principal de préciser les dates des événements historiques, politiques, commerciaux, etc.

196. Le temps ou la durée se divise en siècles, années, mois, semaines, jours, heures, minutes, secondes :

| | | |
|---|---|---|
| 1° 1 siècle | = | 100 ans. |
| 2° 1 an | = | 12 mois. |
| 3° 1 mois | = | 31, 30 ou 28 jours. |
| 4° 1 jour | = | 24 heures. |
| 5° 1 heure | = | 60 minutes. |
| 6° 1 minute | = | 60 secondes. |

197. *Remarque.* Les mois de 31 jours sont : Janvier, Mars, Mai, Juillet, Août, Octobre et Décembre ; les mois de 30 jours sont : Avril, Juin, Septembre et Novembre ; le mois de Février n'a que 28 jours ; et 29 chaque année bissextile (tous les quatre ans).

QUESTIONNAIRE.

193. A quoi servent les mesures pour les liquides ; quelles sont-elles ?—194. Pour les matières sèches.—195.

(1) Le gallon de bière est de la contenance de 282 pouces cubes.

Aquoi servent les mesures pour le temps?—196. Comment se divisent-elles?—197. Quel est l'objet de la remarque?

## 23^me LEÇON.

### Système métrique décimal, ou système français des poids et mesures.

198. Le système métrique est ainsi nommé parce qu'il a le mètre pour base; il est aussi appelé légal parce qu'il est le seul autorisé par la loi.

199. Six unités, avec leurs multiples et leurs sous-multiples forment tout le système métrique.

200. Ces unités sont:

1° Le mètre pour les longueurs;
2° L'are pour les mesures agraires;
3° Le stère pour les mesures de solidité;
4° Le litre pour les mesures de capacité;
5° Le gramme pour les mesures de poids;
6° Le franc pour les mesures de monnaie.

201. Le mètre est une longueur égale à la dix-millionième partie du quart du méridien terrestre (circonférence de la terre).

202. L'are dérive du mètre en ce que c'est un carré de 10 mètres de côté, et 100 mètres de superficie;

203. Le litre dérive du mètre en ce qu'il égale un décimètre cube d'eau;

204. Le stère dérive du mètre en ce qu'il égale un cube d'un mètre de côté;

205. Le gramme dérive du mètre en ce qu'il égale le poids d'un centimètre cube *d'eau pure;*

206. Le franc dérive du mètre en ce qu'il égale le poids de cinq grammes, dont $\frac{9}{10}$ d'argent et $\frac{1}{10}$ d'alliage (cuivre).

### 1° Mètre.

#### MULTIPLES DU MÈTRE.

207. On appelle multiples du mètre, le mètre répété 10, 100, 1000, etc. fois.

208. Les multiples s'expriment par les mots *déca*, *hecto*, *kilo*, *myria*, dont on fait précéder le mot mètre ainsi :

| | | |
|---|---|---|
| Decamètre | = | 10 mètres. |
| Hectomètre | = | 100 mètres. |
| Kilomètre | = | 1000 mètres. |
| Myriamètre | = | 10000 mètres. |

#### SOUS-MULTIPLES DU MÈTRE.

209. On appelle sous-multiples du mètre, la 10e, la 100e, la 1000e, etc., partie du mètre.

210. Les sous-multiples du mètre s'expriment par les mots *déci*, *centi*, *milli*, dont on fait précéder le mot mètre, ainsi :

| | | |
|---|---|---|
| Décimètre | = | le 10e du mètre. |
| Centimètre | = | le 100e du mètre. |
| Millimètre | = | le 1000e du mètre. |

211. Les mesures itinéraires servent a évaluer les grandes distances, telles que les routes, chemins de fer, etc. Leur unité principale est le kilomètre.

212. Les mesures de surface servent à évaluer l'étendue sous le rapport de la longueur et de la largeur leur unité principale est le mètre carré.

### 2° Are.

#### MULTIPLE DE L'ARE.

213. L'are n'a qu'un multiple, l'hectare = 100 ares carrés.

SOUS-MULTIPLE DE L'ARE.

214. L'are n'a qu'un sous-multiple; centiare = Le 100$^e$ de l'are = 1 mètre carré.

## Mesures de volume ou de solidité.

215. Ces mesures servent à évaluer l'étendue sous le rapport de la longueur, de la largeur et de la hauteur.

### Mètre cube.

MULTIPLES.

216. Ces multiples s'expriment par :

10 mètre cubes; 100 mètres cubes; 1000 mètres cubes; etc., et non par les mots déca, hecto, kilo, etc.

SOUS-MULTIPLES.

217. Les sous-multiples du mètre cube; décimètre cube = 0,001 millième cube, centimètre cube = 0,000001 millionième m. c., millimètre cube = 0,000000001 billionième de m. c.

### 3° Stère.

218. Le stère est un cube d'un mètre de côté.

MULTIPLE.

219. Le stère n'a qu'un multiple:
Décastère = 10 mètres cubes.

SOUS-MULTIPLE.

220. Le stère n'a qu'un sous-multiple :
Décistère = 1 mètre cube.

### 4° Litre.

221. Le litre égale un décimètre cube.

MULTIPLES.

222. Les multiples du litre s'expriment par les mots *déca, hecto, kilo,*

Ainsi : Décalitre = 10 litres ;
Hectolitre = 100 litres ;
Kilolitre = 1000 litres,

SOUS-MULTIPLES.

223. Les sous-multiples du litre s'expriment par les mots *déci, centi, milli* :

Ainsi : Décilitre = le 10ᵉ du litre.
Centilitre = le 100ᵉ du litre.
Millilitre = le 1000ᵉ du litre.

### 5° Gramme.

224. Le gramme égale le poids d'un centimètre cube d'eau pure.

MULTIPLES.

225. Ils s'expriment par les mots :
Décagramme = 10 grammes.
Hectogramme = 100 grammes.
Kilogramme = 1000 grammes.
Myriagramme = 10000 grammes.

SOUS-MULTIPLES.

226. Ils s'expriment par les mots :
Décigramme = le 10ᵉ du gramme.
Centigramme = le 100ᵉ du gramme.
Milligramme = le 1000ᵉ du gramme.

### 6° Franc.

227. Le franc égale le poids de cinq grammes ($\frac{9}{10}$ d'argent fin $\frac{1}{10}$ de cuivre).

MULTIPLES.

228. Les multiples du franc ne s'expriment pas par les mots, *déca, hecto, kilo, myria.*

On dit 10 francs ; 100 francs ; 1000 francs ; etc.

SOUS-MULTIPLES.

229. Les sous-multiples du franc ne s'expriment pas non plus par les mots *déci, centi, milli.*

On dit : décime, centime, (dixième, centième partie).

# TABLEAU GÉNÉRAL

## DU SYSTÈME MÉTRIQUE.

| UNITÉS PRINCIPALES. | UNITÉS DÉRIVÉES. | VALEURS. |
|---|---|---|
| | Myriamètre... | 10,000 ou dix-mille mètres. |
| | Kilomètre .... | 1000 " mille mètres. |
| | Hectomètre... | 100 " cent mètres. |
| | Décamètre ... | 10 " dix mè res. |
| *Mètre* .... | .............. | MÈTRE, unité princip., 10,000,-000e partie du ¼ du méridien. |
| | Décimètre.... | 0,1 ou dixième du mètre. |
| | Centimètre.... | 0,01 ou un centième du mètre. |
| | Millimètre.... | 0,001 ou un millième du mètre. |
| | Hectare ...... | 100 ares ou 10,000 mèt. carrés. |
| *Are*....... | .............. | ARE, unité principale, 10 met. de côté, 100 mètres carrés. |
| | Centiare...... | 0,01 ou cent., ou un mètre car. |
| | Kilolitre...... | 1000 ou mille litres. |
| | Hectolitre .... | 100 ou cent litres. |
| | Décalitre..... | 10 ou dix litres. |
| *Litre*..... | .............. | LITRE, unité principale ; décimètre cube d'eau pure. |
| | Décilitre ..... | 0,1 ou dixième du litre. |
| | Centilitre..... | 0,01 ou centième du litre. |
| | Décastère .... | 10 ou dix stères. |
| *Stère*..... | .............. | STÈRE, unité principale ; mètre cube. |
| | Decistère..... | 0,1 ou dixième du stère. |
| | Kilogramme.. | 1000 ou mille grammes. |
| | Hectogramme. | 100 ou cent grammes. |
| | Décagramme. | 10 ou dix grammes. |
| *Gramme* .. | .............. | GRAMME, unité prin.; poids d'un centimètre cube d'eau pure. |
| | Décigramme.. | 0,1 ou dixième du gramme. |
| | Centigramme. | 0,01 ou centième du gramme. |
| *Franc*.... | .............. | FRANC, unité principale ; poids de cinq grammes. |
| | Décime....... | 0,1 ou dixième du franc. |
| | Centime...... | 0,01 ou centième du franc. |

QUESTIONNAIRE.

198. Pourquoi le système métrique est-il ainsi nommé ? —199. De quoi est formé le système métrique ?—200. Quelles sont ces unités ?—201. Qu'est-ce que le mètre ?—202. L'are ?—203. Le litre ?—204. Le stère ?—205. Le gramme ?—206. Le franc ?—Dites pourquoi ces unités dérivent du mètre ?—207. Qu'appelle-t-on multiples du mètre ?—208. Sous-multiples ?—209. Par quels mots s'expriment les premiers ?—210. Les seconds ?—211. A quoi servent les mesures itinéraires ?—212. Les mesures de surfaces ?—213. Quel est le multiple de l'are ?—214. Le sous-multiple ?—215. A quoi servent les mesures de volume ?—216. Comment s'expriment les multiples de ces mesures ?—217. Les sous-multiple[illegible]—Qu'est-ce que le stère ?—219. Dites le multiple du stère ?—220. Le sous-multiple ?—221. A quoi égale le litre ?—222. Par quels mots s'expriment les multiples du litre ?—223. Les sous-multiples ?—224. A quoi égale le gramme ?—225. Quels sont les multiples du gramme ?—226. Les sous-multiples ? 227. A quoi égale le franc ? – 228. Dites les multiples du franc ?—229. Les sous-multiples.

---

## 24me LEÇON.

### Des nombres complexes.

230. On appelle *nombre complexe*, celui qui renferme des unités de différentes espèces, toutes réductibles en une seule espèce, comme 10 *toises* 5 *pieds* 7 *pouces* 11 *lignes*, nombre qui renferme quatre espèces différentes d'unités, mais qui peuvent toutes se réduire en *lignes*.

231. Les nombres complexes sont réellement des *nombres fractionnaires*. Par exemple. 8 louis 5 shillings

sont la même chose que $8\frac{1}{4}$ louis ou $\frac{33}{4}$ louis ; de même 5 toises 4 pieds 8 pouces = toises $5\frac{4}{6} + \frac{8}{72}$ = toises $5\frac{7}{9}$.

232. Les nombres complexes peuvent s'exprimer en nombres incomplexes.

£ S. D.
*Exemple :* 8—5—0 peuvent s'exprimer par 165 shillings.

233. *Règle.* Pour écrire un nombre complexe, on écrit tous les nombres partiels à la suite les uns des autres, par ordre d'unité, en les séparant par de petits traits horizontaux et en indiquant au-dessus de chacun d'eux, par une ou plusieurs lettres initiales, le nom de l'unité.

*Exemple :* 25 louis 12 shillings, 7 deniers, s'écriront :

£. S. D.
25—12—7—.

**Réduction des nombres complexes.**

234. On appelle *réduction* l'opération par laquelle on fait subir à des nombres certains changements, certaines transformations sans en faire changer la valeur. (N° 128.)

235. Le moyen le plus simple de réduire les nombres complexes est de les convertir en expression fractionnaire de l'unité principale.

*Exemple :* Soit à réduire 25 louis 3 shillings 6 deniers.

```
                L. S. D.
Opération :     25—3—6          503
               × 20            × 12
               ----            -----
                500             1006
               + 3             503
                                 + 6
               ----            -----
                503             6042
```

*Raisonnement.* Puisque 1 louis vaut 20 shillings, 25 louis vaudront 25 fois 20 shillings. Je multiplie donc 20 par 25, ou, ce qui revient au même, je multiplie 25 par 20, et j'aurai ainsi réduit les 25 louis en shillings, ajoutant les 3 shillings que renferme le nombre proposé, j'obtiens 503 shillings.

Je réduis de même 503 shillings en deniers, en multipliant 503 par 12, puisque 1 shilling vaut 12 deniers et ajoutant au produit les 6 deniers que renferme le nombre proposé, j'aurai pour résultat demandé 6042 deniers.

Maintenant, puisque 1 louis vaut 20 shillings et 1 shilling 12 deniers, le louis vaudra 20 fois 12 deniers = 240 deniers ; et par conséquent le denier est la 240$^e$ partie du louis, donc 6042 deniers vaudront $\frac{6042}{240}$.

236. *Règle.* Pour réduire un nombre complexe en fraction, il faut le convertir en unités de la plus petite espèce, et donner pour dénominateur au résultat, le nom- qui exprime combien il faut d'unités de cette espèce pour faire une unité principale.

2$^e$ *Exemple :* Réciproquement : soit l'expression fractionnaire $\frac{205}{216}$ de toises à réduire en nombre complexe.

*Opération :*

```
 205   | 216
  ×6   |-----------------
-----  | 0te 5pi 8po 4li.
1230pi
 150
 ×12
-----
1800po
  72
 ×12
-----
 864li
 000
```

*Raisonnement.* Je divise le numérateur par le dénominateur. Ne pouvant avoir de toises au quotient, puisque le diviseur est plus grand que le dividende, j'écris $0^{to}$ au quotient ; je réduis en pieds les 205 toises en les multipliant par 6 ; j'obtiens ainsi 1230 pieds que je divise par 216, ce qui me donne 5 pieds au quotient ; je change le reste de cette division en pouces en le multipliant par 12. —Ce produit divisé par 216 donne 8 pouces ; plus un reste de 72 pouces que je multiplie encore par 12 pour le convertir en lignes ; j'obtiens 864 lignes qui, divisées par 216, donnent un quotient exact de 4 lignes. Ainsi $\frac{205}{206}$ de toise $= 0^{to}\ 5^{pi}\ 8^{po}\ 4^{li}$.

237. *Règle.* Pour réduire en fraction complexe une fraction ordinaire, il faut opérer la division du numérateur par le dénominateur ; ce qui n'est possible qu'en multipliant le numérateur par la première subdivision de l'unité principale, et successivement tous les restes par chaque espèce d'unités jusqu'à la plus petite espèce.

QUESTIONNAIRE.

230. Qu'appelle-t-on nombre complexe ?— 231. Que sont les nombres complexes ? Donnez un exemple.—232. Comment peuvent s'exprimer les nombres complexes ?—233. Dites la règle pour écrire les nombres complexes ?—234. Qu'appelle-t-on réduction ?— 235. Quel est le moyen le plus simple pour réduire les nombres complexes ?—Donnez un exemple, et raisonnez-le.—236. Dites la règle pour réduire un nombre complexe en fraction ?—Réduisez un nombre fractionnaire en nombre complexe, et appuyez l'opération d'un raisonnement.—237. Dites la règle.

# 25 LEÇON.

## Addition des nombres complexes.

238. *L'addition des nombres complexes* s'opère d'après les mêmes principes que celle des nombres entiers ; on additionne entre elles les unités de même espèce, en commençant par les plus petites, et lorsque la somme est assez forte pour composer des unités de l'ordre immédiatement supérieur, on les retient pour les ajouter à la colonne voisine, comme on fait dans l'addition simple, où l'on porte les dizaines à la colonne qui suit.

*Exemple :* Soit à additionner les nombre suivants : 6 ans 3 mois 8 jours 12 heures 45 minutes 15 secondes + 5 ans 9 mois 9 jours 15 heures 25 minutes 30 secondes + 4 ans 9 mois 8 jours 20 heures 14 minutes 21 secondes + 8 ans 1 mois 15 jours 16 heures 40 minutes 19 secondes.

*Opération :*

| | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 6 | ans | 3 | m. | 8 | j. | 12 | h. | 45 | m. | 15 | s. |
| 5 | " | 9 | " | 9 | " | 15 | " | 25 | " | 30 | " |
| 4 | " | 9 | " | 3 | " | 20 | " | 14 | " | 21 | " |
| 8 | " | 1 | " | 15 | " | 16 | " | 40 | " | 19 | " |

24 ans 11 mois 12 jours 17 heures 5 minutes 25 secondes.

*Raisonnement.* Après avoir écrit les nombres les uns sous les autres, de manière que les unités de même espèce soient dans une même colonne verticale, et souligné le tout, je commence l'addition par la droite en disant : 15 secondes et 30 font 45 ; 45 et 21 font 66 ; 66 et 19 font 85 ; 85 secondes font 1 minute et 25 secondes. Je pose 25 secondes et j'ajoute la minute à la colonne des minutes ; continuant, je dis : 1 minute de retenue et 45 font 46, 46 et

25 font 71 ; 71 et 14 font 85 ; 85 et 40 font 125 minutes ; dans 125 minutes il y a 2 heures et 5 minutes, je pose 5 minutes et j'ajoute les 2 heures de retenue à la colonne des heures : je continue en disant : 2 heures et 12 font 14 ; 14 et 15 font 29 ; 29 et 20 font 49 ; 49 et 16 font 65 ; en 65 heures il y a deux jours et 17 heures ; je pose 17 heures et j'ajoute 2 jours de retenue à la colonne des jours ; continuant, je dis : 2 jours et 8 font 10 ; 10 et 9 font 19 ; 19 et 8 font 27 ; 27 et 15 font 42 ; en 42 jours il y a 1 mois et 12 jours que je pose ; puis ajoutant 1 mois de retenue à la colonne des mois, je dis : 1 mois et 3 font 4 ; 4 et 9 font 13 ; 13 et 9 font 22 ; 22 et 1 font 23 ; en 23 mois il y a 1 an et 11 mois ; je pose les 11 mois et j'ajoute 1 an de retenue à la colonne des ans : additionnant enfin la colonne des ans, je dis : 1 an et 6 font 7 ; 7 et 5 font 12 ; 12 et 4 font 16 ; 16 et 8 font 24 que je pose.

Le résultat de l'opération est donc :

24 ans 11 mois 12 jours 17 heures 5 minutes 25 secondes.

On opère de même avec les unités de poids, de monnaies, de capacité, etc.

239. *Règle.* Pour ajouter ensemble des grandeurs de la même espèce, il faut écrire les nombres représentant ces grandeurs les uns au dessous des autres de manière que toutes les unités de même espèce se correspondent dans une même colonne verticale. Cela fait, on commence l'opération par la droite. Si le total des unités additionnées est inférieur à l'unité de la colonne suivante, on pose le total trouvé. Il en est de même des colonnes suivantes. Si le total trouvé est au moins égal à l'unité de la colonne suivante, on pose zéro, et l'on ajoute l'unité trouvée aux unités de cette colonne. Si le total contient une ou plu-

sieurs unités de l'ordre immédiatement supérieur, plus une ou plusieurs unités de la colonne additionnée, on pose ces dernières unités et l'on ajoute les unités de l'ordre supérieur aux unités de la colonne suivante. Il en est de même de toutes les colonnes suivantes.

QUESTIONNAIRE.

238. Comment fait-on l'addition des nombres complexes ?—Donnez un exemple et accompagnez-le d'un raisonnement.—239. Dites la règle de l'addition des nombres complexes.

---

## 26me LEÇON.

### De la soustraction.

240. *La soustraction des nombres complexes* s'opère comme celle des nombres incomplexes avec cette seule différence que les unités qu'on est obligé d'emprunter pour rendre possibles les soustractions partielles, ont des valeurs qu'on doit connaître.

1er *Exemple.* Soit a retrancher 7 louis 15 shillings 8 deniers de 74 louis 17 shillings 4 deniers.

*Opération :* 74 *lo* 17 *s* 4 *d.*
7 *lo* 15 *s* 8 *d.*
67 *lo* 1 *s* 8 *d.*

*Raisonnement.* Après avoir écrit l'opération en plaçant le plus petit nombre sous le plus grand, je commence l'opération en disant: 8 deniers ôtés de 4 ne se peut, j'emprunte à la colonne des shillings un shilling que je réduis en 12 deniers; les ajoutant aux 4 deniers, j'obtiens 16 desquels je retranche 8, et j'ai pour reste 8 que je pose au-dessous. Passant à la colonne des shillings, je dis: 15 ôtés de 16 (17 moins 1 par suite de l'emprunt) reste 1

shilling; passant à la colonne des louis, je dis: 7 ôtés de 74 reste 67 que je pose.

Le résultat de l'opération égale donc: 67 louis 1 shilling 8 deniers.

2° *Exemple* : Soit à retrancher 7 toises 4 pieds 9 pouces 10 lignes de 14 toises 0 pieds 4 pouces.

| *Opération :* | | | | |
|---|---|---|---|---|
| | 14 *to* | 0 *pi* | 4 *po* | " |
| | 7 *to* | 4 *pi* | 9 *po* | 10 *li* |
| | 6 *to* | 1 *pi* | 6 *po* | 2 *li* |

*Raisonnement.* Puisque, dans le nombre supérieur, il n'y a pas de lignes, j'emprunte à la colonne des pouces un pouce qui vaut 12 lignes, je retranche alors 10 de 12 il me reste 2 lignes que j'écris au-dessous. Passant ensuite à la colonne des pouces, je dis: 9 ôtés de 3 ne se peut, j'emprunte une unité, non sur les pieds puisqu'il n'y en a pas mais sur le premier chiffre significatif qui sont des toises. Décomposant cette toise en pieds et laissant 5 pieds sur le zéro, je réduis l'autre pied en pouces que j'ajoute aux 3 pouces restant (4 moins 1 par suite de l'emprunt) ce qui me donne 15; retranchant alors 9 de 15 j'ai pour reste 6 pouces. Opérant ensuite sur les pieds, je dis 4 ôtés de 5 (5 laissés sur le zéro) reste 1; enfin, retranchant 7 de 13 (14 moins 1), je trouve 6 pour reste.

Le résultat de l'opération égale donc:

6 toises 1 pied 6 pouces 2 lignes.

241. *Règle.* Pour retrancher un nombre complexe d'un autre nombre complexe on écrit le plus petit sous le plus grand de manière que les unités de même espèce se correspondent dans la même colonne verticale. Commençant l'opération par la droite, on retranche successivement

chaque unité du nombre inférieur de chaque unité du nombre correspondant supérieur. Si le chiffre des unités supérieures est plus grand que le chiffre des unités inférieures, on écrit le reste au-dessous; si ces deux chiffres sont égaux, on écrit zéro; si le chiffre supérieur est plus petit, on augmente ce chiffre d'une unité empruntée au chiffre placé à sa gauche, et que l'on réduit en unités de l'ordre semblable à celui sur lequel on opère, et l'on opère alors la soustraction; si le chiffre sur lequel on doit faire l'emprunt est un zéro, on fait l'emprunt sur le premier chiffre significatif, puis décomposant cette unité de l'ordre dont le zéro tient la place, on ajoute à ce zéro les unités décomposées, *moins une*, que l'on décompose aussi en unités de l'ordre sur lequel on opère; puis, ajoutant cette unité décomposée à l'unité trop faible, on opère la soustraction.

QUESTIONNAIRE.

240. Comment s'opère la soustraction des nombres complexes?—Donnez quelques exemples et leurs raisonnements?—241. Dites la règle.

---

## 27me LEÇON.

### De la multiplication.

242. Dans la *multiplication des nombres complexes*, il s'agit toujours, comme dans la multiplication des nombres entiers de prendre toute la quantité appelée multiplicande autant de fois que l'indique tout le multiplicateur.

243. La multiplication des nombres complexes présente deux cas; le premier où le multiplicande est un nombre complexe, et le multiplicateur un nombre qui ne l'est pas; le second ou le mulplicande et le multiplicateur sont tous deux complexes.

1er *Exemple :* Soit à multiplier 18 louis 13 shillings 6 deniers par 8.

*Opération :* 18*l* 13*s* 6*d*
8

149*l* 8*s* 0*d*

*Raisonnement.* Après avoir posé l'opération, commençant par la droite, je dis : 8 fois 6 deniers font 48 ; en 48 deniers il y a 4 shillings et 0 deniers ; je pose 0 denier et je retiens 4 shillings pour être ajoutés au produit des shillings ; je continue par la multiplication des shillings en disant : 8 fois 13 shillings font 104 et 4 de retenue font 108 ; en 108 il y a 5 louis et 8 shillings que je pose, et je retiens 5 louis pour être ajoutés au produit des louis ; je multiplie les louis en disant : 8 fois 18 font 144 et 5 de retenue font 149 que je pose, et j'ai pour résultat 149 louis 8 shillings 0 denier.

244. 1ère *Règle.* Lorsqu'on a à multiplier un nombre complexe par un nombre simple, il faut multiplier, en commençant par la droite, successivement chacune des espèces d'unités du multiplicande et extraire de chaque produit les unités d'espèce supérieure qui peuvent y être contenues et les porter au produit suivant.

2e *Exemple.* Combien 5 toises 4 pieds 9 pouces de maçonne coûteront si la toise coûte 4 louis 8 shillings 9 deniers ?

*Opération.* Je réduis d'abord le multiplicande en deniers (No 235), ainsi $4^{lo} \times 20 + 8^{s} = 88^{s} \times 12 + 9^{d} = 1065$ deniers $= \frac{1065}{240}$, et le multiplicateur en pouces, ainsi :

$5^{to} \times 6 + 4^{pi} = 34^{pi} \times 12 + 9^{po} = 417$ pouces $= \frac{417}{72}$

Ensuite je multiplie $\frac{1065}{240}^{lo}$ par $\frac{417}{72}^{to}$, et j'obtiens $\frac{444105}{17280}$ $= \frac{88821}{3456} = \frac{29607}{1152}$.

Enfin j'effectue la division dont le quotient de même nature que le dividende me donne des louis, shillings, deniers et farthings.

```
29607  | 1152
 6567  |___________
  807     25l 14s 0d 144/1152 = 1/8 d ou 2 farthings.
  ×20
 -----
16140
 4620
   12
  ×12
 -----
  144
```

245. 2e *Règle.* Lorsqu'on a à multiplier deux nombres complexes l'un par l'autre, il faut réduire le multiplicande et le multiplicateur en un nombre fractionnaire de l'unité principale (Nos 235,236) ; multiplier ensuite les deux résultats l'un par l'autre, et enfin réduire le produit fractionnaire de l'unité principale obtenue en un nombre complexe de l'espèce demandée.

## Multiplication des nombres complexes par les parties aliquotes.

246. On appelle *les parties aliquotes* d'un nombre, celles qui sont contenues exactement dans ce nombre : ainsi 9 est une partie aliquote de 36 parce qu'il y est contenu exactement 4 fois. Il en est de même de 2, 3, 6, 9, 12, 18, 36, qui sont aussi, par la même raison, des parties aliquotes de 36.

247. On appelle par opposition, parties aliquantes d'un nombre, celles qui n'y sont pas contenues exactement. Par exemple 5, 7, 8, 10, 11, sont des parties aliquantes de 36.

*Multiplication d'un nombre complexe par un nombre qui ne l'est pas.*

1er *Cas. Exemple :* Soit à multiplier 21 louis 17 shillings 6 deniers par 27.

| | | |
|---|---|---|
| *Opération :* | Multiplicande | 21l 17s 6d |
| | Multiplicateur | 27 |
| | | 147 |
| | | 42 |
| Pour 10 shillings ou ½ louis.......... | | 13—10 |
| " 5 " " ½ de ½ louis...... | | 6—15 |
| " 2 " " ⅕ " " ...... | | 2—14 |
| " 6 deniers " ¼ du ⅕ de ½ louis. | | 0—13—6 |
| | | 590l—12s—6d |

*Raisonnement.* Comme il s'agit dans cette opération de répéter le multiplicande 27 fois, je commence par multiplier les unités principales 21 louis par le multiplicateur 27, ensuite je multiplie les shillings et les deniers par le même nombre, de manière que tout le multiplicande, louis, shillings et deniers, se trouve répété 27 fois. J'obtiens le produit des unités principales 21 par 27 en employant les moyens ordinaires. Pour trouver celui des shillings et des deniers, je décompose les 17 shillings en parties aliquotes de 20 shillings, et dis : puisque 1 louis × 27 produiraient 27 louis, 10 shillings, qui sont la moitié du louis, ne doivent produire que la moitié de 27 louis ; donc, pour 10 shillings, il me faut prendre la moitié du produit d'un louis 27, et dire la ½ de 27 est 13 pour 26, il reste 1 louis qui vaut 20 shillings, dont la ½ est 10 shillings, et j'écris pour premier produit partiel : 13 louis 10 shillings.

Passant à la 2e partie aliquote, je dis : 5 shillings étant la ½ de 10 shillings, le produit qu'ils doivent me donner doit être la ½ seulement de celui obtenu pour 10 shillings,

donc pour 5 shillings, je prends la $\frac{1}{2}$ du produit de 10 shillings ainsi la $\frac{1}{2}$ de 13 est 6 pour 12, il reste 1 louis, qui vaut 20 shillings que j'ajoute aux 10 que j'ai déjà, ce qui me donne 30 shillings ; la $\frac{1}{2}$ de 30 est 15, je pose 15 et écris pour deuxième produit partiel : 6 louis 15 shillings.

La 3e partie aliquote 2 shillings étant le $\frac{1}{5}$ de 10 shillings, son produit ne doit être que le $\frac{1}{5}$ de celui obtenu pour 10 shillings ; pour 2 shillings, je prends donc le $\frac{1}{5}$ de 13 louis 10 shillings, en disant : le $\frac{1}{5}$ de 13 est 2 pour 10, reste 3 louis qui valent 60 shillings, que j'ajoute aux 10 que j'ai déjà, ce qui me donne 70 shillings ; le $\frac{1}{5}$ de 70 est 14 shillings ; pour résultat de ce troisième produit partiel, j'écris donc : 2 louis 14 shillings.

6 deniers, 4e partie aliquote, étant le $\frac{1}{4}$ de 2 shillings, je prends le $\frac{1}{4}$ du produit partiel de 2 louis 14 shillings ; ainsi, le $\frac{1}{4}$ de 2 louis ne se peut, je pose 0 à la place des louis, comme il me reste 2 louis qui valent 40 shillings, je les ajoute aux 14 shillings qui suivent, ce qui fait 54 shillings ; le $\frac{1}{4}$ de 54 shillings est 13 pour 52 ; je pose 13 et retiens 2 shillings qui valent 24 deniers, dont le $\frac{1}{4}$ est 6 deniers que je pose, et obtiens ainsi pour quatrième produit partiel : 0 louis 13 shillings 6 deniers.

Après avoir souligné le tout et additionné tous ces produits partiels, je trouve que le produit total est 590 louis 12 shillings 6 deniers.

248. *Règle.* Pour multiplier un nombre complexe par un nombre qui ne l'est pas, il faut multiplier d'abord les unités principales du multiplicande par le multiplicateur, ensuite prendre sur le multiplicateur les parties indiquées dans les autres espèces d'unités du multiplicande.

*Multiplication de deux nombres complexes.*

2$^e$ *Cas. Exemple :* Soit à multiplier 21 louis 17 shillings 6 deniers par 27 toises 4 pieds 10 pouces.

| | |
|---|---|
| *Opération :* | $21^l\ 17^s\ 6^d$ |
| | $27^t\ 4^{pi}\ 10^{po}$ |
| | 147 |
| | 42 |
| | $13^l\ 10^s$ |
| | $6^l\ 15^s$ |
| | $2^l\ 14^s$ |
| | $0^l\ 13^s\ 6^d$ |
| Pour 3 pieds ou $\frac{1}{2}$ toise | 10—18— 9— |
| " 1 " " $\frac{1}{3}$ de pieds | 3—12—11— |
| " 6 pouces " $\frac{1}{2}$ de 1 " | 1—16— 5—$\frac{1}{2}$ |
| " 3 " " $\frac{1}{2}$ de 6 pouces | 0—18— 2—$\frac{3}{4}$ |
| " 1 " " $\frac{1}{3}$ de 3 pouces | 0— 6— 0—$\frac{11}{12}$ |
| | $608^l—4^s—11^d—\frac{1}{6}$ |

*Raisonnement.* Je multiplie d'abord le multiplicande par les unités principales du multiplicateur 27 ( V. 1$^{er}$ cas). Ensuite, je multiplie le multiplicande par les deux autres espèces d'unités du multiplicateur, c'est-à-dire par 4 pieds 10 pouces. En décomposant 4 pieds en parties aliquotes de 6 pieds, valeur de la toise, je trouve 3 pieds et 1 pied qui sont la $\frac{1}{2}$ et le $\frac{1}{6}$ de la toise. Je dis : Puisque 21 louis 17 shillings 6 deniers, multipliés par 1 toise produiraient ce même nombre, 3 pieds, $\frac{1}{2}$ de la toise, ne doivent produire que la moitié ; donc, pour 3 pieds je dois prendre la moitié de tout le multiplicande 21 louis 17 shillings 6 deniers ; la $\frac{1}{2}$ de 21 est 10 louis, il reste 1 louis qui vaut 20 shillings qui, ajoutés à 17 shillings font 37 shillings, dont la $\frac{1}{2}$ est 18 shillings ; il reste 1 shilling qui vaut 12 deniers, je les ajoute à 6, ce qui fait 18 dont la $\frac{1}{2}$ est 9. Le résultat de ce cinquième produit partiel est 10 louis 18 shillings 9 deniers.

1 pied étant le $\frac{1}{3}$ de 3 pieds, son produit partiel ne peut-être que le $\frac{1}{3}$ du produit précédent; pour 1 pied je prends donc le $\frac{1}{3}$ du produit de 3 pieds, ainsi : le $\frac{1}{3}$ de 10 est 3 ; il reste 1 louis qui vaut 20 shillings, plus 18, font 38 ; le $\frac{1}{3}$ de 38 est 12 shillings ; il reste 2 shillings qui valent 24 deniers, je les ajoute à ce que j'ai déjà et obtiens 33 dont le $\frac{1}{3}$ est 11 deniers. Le sixième produit partiel est donc 3 louis 12 shillings 11 deniers.

Pour les 6 pouces qui sont la $\frac{1}{2}$ d'un pied, je prends la $\frac{1}{2}$ du produit obtenu pour 1 pied, ainsi : la $\frac{1}{2}$ de 3 est 1 ; il reste 1 louis ou 20 shillings qui, ajoutés à 12 font 32, dont la $\frac{1}{2}$ est 16, sans reste ; la $\frac{1}{2}$ de 11 deniers est 5 ; il reste 1 denier, donc la $\frac{1}{2}$ est $\frac{1}{2}$ denier. J'écris pour septième produit partiel 1 louis 16 shillings 5 deniers $\frac{1}{2}$.

Pour 3 pouces $\frac{1}{2}$ de 6 ; je prends la moitié du produit de 6 pouces, ainsi : la $\frac{1}{2}$ de 1 louis est 0 ; je décompose ce louis en shillings, et dis : 20 shillings plus 16 font 36 ; la $\frac{1}{2}$ de 36 est 18 ; la $\frac{1}{2}$ de 5 deniers est 2 deniers, il reste 1 denier qui vaut $\frac{2}{2}$ que j'ajoute a $\frac{1}{2}$, ce qui fait $\frac{3}{2}$, dont la $\frac{1}{2}$ est $\frac{3}{4}$ ; j'écris donc pour le huitième produit partiel, 0 louis 18 shillings 2 deniers $\frac{3}{4}$.

Enfin, pour 1 pouce qui est le $\frac{1}{3}$ de 3 pouces, je prends le $\frac{1}{3}$ du produit déjà obtenu pour 3 pouces, ainsi : le $\frac{1}{3}$ de 18 est 6, le $\frac{1}{3}$ de 2 est 0 ; il reste 2 à changer en $\frac{1}{4}$ : ils valent $\frac{8}{4}$ à ajouter à $\frac{3}{4}$, ce qui fait $\frac{11}{4}$, dont le $\frac{1}{3}$ est $\frac{11}{12}$ ; j'écris pour neuvième produit partiel 6 shillings 0 denier $\frac{11}{12}$.

Enfin, additionnant tous ces produits partiels je trouve pour produit total 608 louis 4 shillings 11 deniers $\frac{1}{6}$.

249. *Règle*. Pour faire la multiplication par parties aliquotes de deux nombres complexes, il faut multiplier 1° les unités principales par les unités principales ; 2° les autres espèces d'unités du multiplicande par les unités

principales du multiplicateur ; 3° tout le multiplicateur les espèces d'unités, autres que les principales, du multiplicande.

QUESTIONNAIRE.

242. De quoi s'agit-il dans la multiplication des nombres complexes ?—Donnez un exemple accompagné d'un raisonnement ?—243. Combien la multiplication de nombres complexes, présente-t-elle de cas ?—Dites-les ? —244. Que doit-on faire lorsqu'on a à multiplier un nombre complexe par un nombre simple ?—Dites-le 2e exemple avec son raisonnement.—245. Lorsqu'on a à multiplier deux nombres complexes l'un par l'autre, que doit-on faire ?—246. Qu'appelle-on parties aliquotes d'un nombre ?—247. Parties aliquantes ?—248. Comment doit-on faire pour multiplier, par parties aliquotes, un nombre complexe par un nombre qui ne l'est pas ?—Donnez un exemple et raisonnez-le. —249. Comment multiplie-t-on, par parties aliquotes, deux nombres complexes ? Donnez un exemple et accompagnez-le d'un raisonnement.

---

## 28me LEÇON.

### De la Division.

250. La division des nombres complexes exige la connaissance de la nature des unités du quotient, parce qu'elle détermine en quelles espèces d'unités il faut convertir les restes qu'on doit obtenir. L'examen de la question fait connaître la nature de ces unités.

251. Ainsi, nous distinguons deux cas : Dans le premier, le dividende et le diviseur étant de même nature, nous les réduisons tous les deux en la plus petite espèce d'unités qui se trouve dans l'un d'eux.

Dans le déuxième, le dividende et le diviseur étant de nature différente, nous convertissons le diviseur en unités de sa plus petite espèce ; et, comme par cette conversion nous obtenons un nouveau diviseur un certain nombre de fois plus grand que le premier, nous rendons aussi le dividende autant de fois plus grand, en le multipliant par le nombre convenable.

252. 1$^{er}$ *Cas. Exemple :* On demande 17 louis 17 shillings 4 deniers pour une toise d'ouvrage ; je voudrais savoir combien je pourrai en faire faire pour 1589 louis 18 shillings.

| | | |
|---|---|---|
| *Opération :* | $1589^l\ 18^s\ 0^d$ | $17^l\ \ 17^s\ 4^d$ |
| | × 20 | + 20 |
| | 31798 | 340 |
| | + 18 | + 17 |
| | 31780 | 357 |
| | × 12 | × 12 |
| | 63596 | 714 |
| | 31798 | 357 |
| | | + 4 |
| Dividende | 381576 | 4288 Diviseur. |
| | 38536 | $88^{to}\ 5^{pi}\ 11^{po}\ \frac{256}{4288} = \frac{4}{67}$. |
| 1$^{er}$ reste | 4232 | |
| | + 6 | |
| | 25392 pieds | |
| 2$^e$ reste | 3952 | |
| | × 12 | |
| | 7904 | |
| | 3952 | |
| | 47424 pouces | |
| | 4544 | |
| 3$^e$ reste | 256 | |

*Raisonnement.* Comme il s'agit de diviser 1589 louis 18 shillings par 17 louis 17 shillings 4 deniers et que je dois obtenir au quotient des toises, pieds et pouces, je convertis d'abord le dividende et le diviseur en unités de la plus petite espèce qui se trouvent en eux, c'est-à-dire en deniers, et j'obtiens pour dividende 381576 deniers et pour diviseur 4288 deniers. Divisant alors les entiers du dividende par les entiers du diviseur, je trouve pour résultat 88 toises avec un reste de 4232, qui ne peut plus produire de toises au quotient. Multipliant ce nombre par 6 (nombre de pieds à la toise) j'ai 25392 pieds, lesquels, divisés par 4288 donnent 5 pieds au quotient, avec un reste de 3952. De ce reste, j'en fais des pouces, en les multipliant par 12, et je trouve 47424, lequel nombre divisé par 4288 donne 11 pouces au quotient, avec un reste. Si je voulais avoir des lignes, je multiplierais encore ce reste par 12 ; mais comme ce reste est peu important je le réduis en fraction ordinaire de $\frac{4}{67}$.

253. 2ᵉ *Cas.* 2ᵉ *Exemple :* J'ai payé 543 louis 11 shillings 10 deniers pour 45 livres 6 onces 5 gros 8 grains de marchandises : Je désire savoir combien me coûte la livre.

| | | |
|---|---|---|
| *Opération :* | 543 *l* 11 *s* 10 *d* | 45 *li* 6 *oz* 5 *gr* 8 *g* |
| | × 5760 | × 12 |
| Divid. | 3131088— 0 0 | 90 |
| | 509008 | 45 |
| | 246800 | 6 |
| | × 20 | 546 |
| | | × 20 |
| Reporté : | 4936000 | 10920 |

| | | |
|---|---|---|
| Report : | 4936000 | 10920 |
| | 2313920 | 5 |
| | 216256 | 10925 |
| | × 12 | × 24 |
| | 432512 | 43700 |
| | 216256 | 21850 |
| | | 8 |
| | 2595072 | 262208 diviseur. |
| | 235216 | $11l\ 18s\ 9d\ \frac{235216}{262208} = \frac{14701}{16388}$ |

*Raisonnement.* Il me faut diviser 543 louis 11 shillings 10 deniers par 45 livres 6 onces 5 gros 8 grains, et obtenir au quotient des louis, shillings et deniers. Pour cela, je convertis d'abord le diviseur en unités de sa plus petite espèce, c'est-à-dire en grains ; ce qui me donne 262208 grains, nouveau diviseur incomplexe, mais 5760 fois plus grand que le premier, puisque j'ai réduit les livres en grains, (livre = 5760 grains). Je dois rendre le dividende aussi 5760 fois plus grand qu'il n'est, ce que je fais en le multipliant par ce nombre, ce qui me donne 3131088 louis 0 shillings 0 denier pour nouveau dividende. Le résultat de cette division est 11 louis plus un reste dont j'ai fait 4936000 shillings, en le multipliant par 20. Puis, j'ai divisé ces shillings par le même diviseur, et ai obtenu 18 shillings au quotient, avec un reste de 216256, que j'ai converti en deniers en le multipliant par 12. Divisant alors ces deniers par le diviseur j'ai trouvé 9 deniers au quotient avec un reste que j'ai réduit à sa plus simple expression. Le résultat obtenu est : 11 louis 18 shillings 9 deniers $\frac{14701}{16388}$.

254. *Règle.* Pour faire la division, lorsque le diviseur, par les préparations ci-dessus (N°. 251), a été rendu incom-

plexe (le dividende pouvant être complexe ou incomplexe), il faut, après avoir divisé les unités principales du dividende, convertir ce qui reste en unités, de l'espèce immédiatement inférieure à celle que l'on a obtenue jusqu'alors au quotient ; et, si le dividende est complexe, on ajoute à ces dernières unités les unités semblables du dividende. On a alors un nouveau dividende partiel qui, divisé par le même diviseur, donne au quotient des unités de même espèce que celles de ce dernier dividende partiel. S'il y a un reste on le convertit encore en unités de l'espèce immédiatement inférieure, pour avoir au quotient des unités de cette espèce, et ainsi de suite jusqu'à la plus petite espèce d'unités.

### QUESTIONNAIRE.

250. Quelle connaissance exige la division des nombres complexes ?—251. Combien de cas distingue-t-on ?—Que fait-on dans le premier ?—Dans le deuxième ?—252. Donnez un exemple raisonné qui se rapporte au premier cas.—253. Donnez-en un autre qui se rapporte au deuxième.—254. Dites la règle.

### EXERCICES.

*Réduction.*—Combien y a-t-il de deniers dans 158 louis 12 shillings 7 deniers ?

Dites combien il y a de farthings dans 156 louis 17 shillings 3 deniers ?

En 90604 farthings combien y a-t-il de louis ?

Combien y a-t-il de tonneaux dans 5460228 onces ?

Dites combien y a-t-il d'onces dans 225 ton 13 quintaux 19 livres.

Réduisez 58 livres 11 onces 3 gros, Poids de Troyes, en grains.

Faites connaître combien il y a de livres en 18675421 gros.

Combien y a-t-il de scrupules dans 56 livres.

Faites connaître la quantité de dragmes contenues dans 65 livres 6 onces.

Dites combien il y a de pouces dans 78 toises 4 pieds.

Combien y a-t-il de lignes dans 3 lieues 4 toises 2 pouces.

Combien y a-t-il de perches dans 40 arpents $\frac{1}{2}$? Evaluez en années 5 siècles et demi.—Combien de mois dans un siècle et 95 années.—Dites le nombre de mois qu'il y a dans 150 ans.—Evaluez en jours, un siècle, 3 ans et 5 mois.—Evaluez en années, en mois et en jours 3740 jours.—Combien de minutes dans 1 an, 2 mois, 15 jours, 6 heures.

PROBLÈMES.

*Addition.*—1° Un commerçant en faisant le soir sa caisse trouve qu'il a reçu 27 louis 14 shillings + 60 louis 4 deniers + 17 shillings 6 deniers. Combien a-t-il reçu en tout ?

2° Un négociant a vendu 77 verges 3 quarts 2 nails de drap, 60 verges 1 quart 3 nails de flanelle, 180 verges 1 quart 1 nail de coton jaune et 90 verges 3 quarts 2 nails 2 pouces de calicot imprimé, on désire savoir combien il a vendu d'étoffe.

3° Quatre négociants ont fait un fonds social; le premier a versé 604 livres sterling 17 shillings 6 deniers; le deuxième 735 livres 12 shillings 9 deniers; le troisième 950 liv[illegible] 19 shillings 4 farthings et le quatrième 275 livres 8 shillings 10 deniers à combien s'élève le fonds social ?

4° Un habitant économise 20 louis 4 shillings la 1ère année; 17 louis 6 shillings 4 deniers 3 farthings la 2e;

23 louis 7 shillings 3 deniers la troisième ; que possède-t-il d'économies à la fin de la 3e année ?

5e Un commerçant a payé cinq billets, le premier de 204 livres sterling 6 shillings 4 deniers ; le 2e de 75 livres 6 deniers 2 farthings ; le 3e de 84 livres 17 shillings 8 deniers ½ ; le 4e de 69 livres 12 shillings 2 deniers ; le 5e de 98 livres 4 shillngs 2 deniers. Combien a-t-il fallu qu'il sortit d'argent de sa caisse pour payer ces billets.

6e Un épicier a acheté à l'encan 6 lots de marchandises ; le premier lot pèse 3 tonneaux 2 quintaux 60 livres ; le 2e 6 ton. 12 quintaux 58 livres ; le 3e 19 quintaux 80 livres ; le 4e 13 ton. 7 quint. 96 livres 8 onces ; le 5e 2 ton. 4 quint. 28 livres ; le 6e 8 ton. 18 quint. 4 livres. Quel est le poids de toute ces marchandises.

*Soustraction.*—7e Un négociant avait acheté 50 tonneaux 5 quintaux 2 quarts 16 livres 4 onces de marchandises, il en a vendu 17 ton., 6 quint. 1 quart 22 livres 8 onces ; combien lui en reste-t-il ?

8e Un habitant a récolté 1640 minots 3 quarts 1 gallon d'avoine, il en vend 1350 minots 2 quarts 2 gallons ; combien peut-il encore en vendre ?

9e Un commerçant en regardant son carnet d'échéances voit qu'il a cinq payements à faire qui se montent à 1870 louis 13 shillings 2 deniers 3 farthings ; il a en caisse 960 louis 19 shillings 7 deniers 1 farthing, dites combien il lui manque.

10e Mon marchand ayant à payer quelques traites à la banque de Montréal me propose de me faire une remise, sur mon compte, si je veux le lui solder. Je lui dois 343 louis 17 shillings 3 deniers ½, il me demande 327 louis 18 shillings 10 deniers ; quelle sera la valeur de sa remise ?

11e J'avais acheté de mon voisin une terre de 65 ar-

pents 16 perches 4 toises 23 pieds, j'en ai vendu à un habitant 53 arpents 8 perches 5 toises 5 pieds ; combien m'en reste-t-il ?

12° En faisant mon budget au commencement de l'année, j'estime mes recettes à 1563 louis 16 shillings 8 deniers $\frac{3}{4}$, et mes dépenses à 1175 louis 19 shillings 11 deniers $\frac{1}{2}$ ; combien pourrais-je mettre de côté à la fin de l'année si je le réalise ?

*Multiplication.*—13° Pour tapisser tous les appartements d'une maison, il faut 203 verges 3 quarts 3 nails de tapis ; on demande combien il en faudra si on veut tapisser 6 maisons.

14° Je veux faire faire sur ma propriété 35 arpents 9 perches 2 toises 3 pieds de fossés ; on me demande 1 louis 10 shillings de l'arpent ; combien me coûtera le tout ?

15° Un père de famille met son enfant au collége au prix de 19 louis 10 shillings 6 deniers par an ; combien dépensera-t-il s'il le laisse 5 ans 3 mois 15 jours ?

16° Un commerçant a acheté 25 pièces de Tweeds mesurant 503 verges 2 quarts 3 nails 2 pouces à raison de 4 shillings 2 deniers 1 farthing la verge ; combien coûtent les 25 pièces ?

17° Un père de famille dépense pour l'entretien annuel de son enfant 13 louis 12 shillings 8 deniers ; combien aura-t-il dépensé s'il l'a entretenu pendant 15 ans 6 mois 25 jours 6 heures ?

18° Un élève perd chaque jour 2 heures 25 minutes 50 secondes de temps ; combien en aura-t-il perdu à la fin de ses études en supposant qu'il ait demeuré 7 ans 4 mois 10 jours dans le collége.

*Division.*—19° Un négociant a acheté 50 tonneaux 15

quintaux 3 quarts 25 livres de marchandises ; il les a payées 350 louis 10 shillings ; à combien lui revient le tonneau ?

20° Un enfant a dépensé, en sucreries, dans 10 ans, 36 louis 4 shillings 6 deniers ; combien a-t-il dépensé, terme moyen, par mois ?

21° Un habitant dépense chaque année pour l'entretien de 8 chevaux 550 minots 6 gallons 1 pot 1 pinte d'avoine ; dites combien chaque cheval dépense ?

22° Un brasseur vend, par an, 1400 barriques 1 baril 30 gallons 3 quarts 1 pinte de bière ; quelle est la quantité qu'il vend chaque mois ?

23° Un marchand veut acheter du drap, on lui demande 1 louis 2 shillings 2 deniers de la verge ; combien de verges en aura-t-il pour 504 louis 10 shillings 7 deniers ?

24° Un enfant veut parcourir, en patinant, une distance de 7 lieues 2 milles 6 furlongs 15 rods 3 verges ; combien mettra-t-il d'heures à le faire, s'il parcourt chaque heure 2 lieues 1 mille 6 furlongs 25 rods 4 verges 2 pieds ?

EXERCICES SUR LE SYSTÈME MÉTRIQUE FRANÇAIS.

Combien y a-t-il de mètres dans 1 myriamètre ; 10 kilomètres ; 25 hectomètres ; 30 décamètres ?—Dites le nombre de décimètres contenus dans 1 myriamètre ; 14 kilomètres ; 25 hectomètres ?—Evaluez en centimètres d'abord et ensuite en millimètres : 5 kilomètres ; 3 hectomètres ; 15 décamètres ; 12 mètres ; 259 décimètres.

Combien y a-t-il de mètres carrés dans 100 décimètres carrés ; 4690 centimètres carrés ?—Evaluez en mètres carrés 56900000 millimètres carrés. Combien de décimètres carrés dans 10000 mètres carrés ; 5849700 décimètres carrés ; 9780400 centimètres carrés ; 19400000 millimètres carrés ?

Evaluez en mètres cubes les nombres 4955 décimètres cubes ; 7234500 centimètres cubes ; 5405417375 millimètres cubes.—Evaluez en décimètres cubes 21 mètres cubes ; 10005 centimètres cubes.

Dites le nombre de litres contenus dans 250 kilolitres ; 540 hectolitres ; 51 décalitre.—Combien de décilitres dans 10 décalitres ; 60 hectolitres ?—Evaluez en centilitres 15 décilitres ; 5 litres ; 8 décalitres.

Evaluez en grammes 25 myriagrames ; 354 kilogrammes ; 259 hectogrammes ; 7490 décagrammes. Combien de décigrammes dans 30 kilogrammes ; 75 hectogrammes ; 415 décagrammes ; 735 grammes ?

Combien y a-t-il de francs dans 10 décimes ; 245 centimes ; 947500 centimes ?—Evaluez en décimes 25 francs ; 15 centimes ; 4950 centimes.—Convertissez en centimes 254 francs ; convertissez en francs 349900 centimes.

---

## 29me LEÇON.

### Rapports et Proportions.

255. Soient proposés les deux nombres 20 et 12. Si nous retranchons 12 de 20, nous aurons 20 — 12 = 8. 8 sera le rapport des nombres 20 et 12.

Soient également proposés les nombres 14 et 6. Si nous retranchons 6 de 14, nous aurons 14 — 6 = 8. 8 sera aussi le rapport des nombres 14 et 6.

De l'égalité de ces deux rapports résulte une proportion que l'on écrira ainsi :

20.12 : 14.6,

et qu'on lira : 20 est à 12 comme 14 est à 6.

Cette proportion est appelée *proportion par différence*, parce que, pour en obtenir les rapports, on procède par la soustraction, qui a pour objet de chercher la différence qu'il y a entre deux nombres. On appelle aussi cette proportion *équidifférence*, pour dire que le rapport des deux premiers nombres est égal au rapport des deux derniers.

256. Soient les deux nombres 15 et 3. Si nous divisons 15 par 3, nous aurons $\frac{15}{3}=5$ : 5 sera le rapport des nombres 15 et 3.

Soient également les nombres 20 et 4. Si nous divisons 20 par 4, nous aurons $\frac{20}{4}=5$ : 5 sera aussi le rapport des nombres 20 et 4.

De l'égalité de ces deux rapports résulte aussi une proportion, qu'on écrira ainsi :

$$15:3::20:4,$$

et qu'il faudra lire : 15 est à 3 comme 20 est à 4.

Cette proportion est appelée *proportion par quotient*, parce que, pour en obtenir les rapports, on procède par la division, qui a pour objet de faire connaître généralement combien de fois un nombre en contient un autre. On l'appelle aussi simplement *proportion*.

257. De ce qui vient d'être dit, il résulte que :

1° Une proportion, soit par différence, soit par quotient, est l'égalité de deux rapports ;

2° Un rapport n'est autre chose que le résultat de la comparaison de deux nombres.

258. Entre les deux termes de chaque rapport par soustraction, on écrit un point qui signifie *est à*, et entre les deux rapports, deux points, qui veulent dire *comme*.

Entre les deux termes de chaque rapport par quotient, on écrit deux points, qui signifie *est à*, et entre les rapports, quatre points, qui veulent dire *comme*.

Le premier terme de chaque rapport se nomme *antécédent*, et le second *conséquent ;* le premier et le quatrième de la proportion se nomment aussi *extrêmes*, et les deux du milieu *moyens*.

Ainsi, dans la proportion :

$$15:3::20:4,$$

15 et 20 sont les antécédents ; 3 et 4, les conséquents ; 15 et 4 sont les extrêmes ; 3 et 20, les moyens.

259. *Proportion par différence.* Dans toute proportion par différence, la somme des extrêmes est égale à la somme des moyens.

Si, dans la proportion :

$$20.12:14.6,$$

nous additionnons 20 et 6, nous aurons $20+6=26$ ; et si nous additionnons également 12 et 14, nous aurons $12+14=26$. Et cela doit être ainsi, puisque 20 et 6 sont composés des nombres dont sont également composés 12 et 14. En effet, les deux premiers sont composés de $6+6+6+6+2=26$, et les deux derniers de $6+6+6+6+2=26$.

260. Il résulte de là que pour obtenir le terme inconnu de toute proportion par différence, il suffit :

1° Si l'un des extrêmes est inconnu, de soustraire l'extrême connu de la somme des moyens ;

2° Si l'un des moyens est inconnu, de soustraire le moyen connu de la somme des extrêmes.

Soit d'abord la proportion : $20.12:14.x$.

Si nous opérons comme il vient d'être dit, nous aurons $12+14=26-20=6$, ou 12.14 : 20.6.

Soit la proportion $x$.12 : 14.6.

Nous dirons : $12+14=26-6=20$, ou 20.12 : 14.6.

Soit en second lieu la proportion : 20.$x$ : 14.6.

Nous dirons : $20+6=26-14=12$, ou 20.12 : 14.6.

Soit la proportion : 20.12 : $x$.6.

Nous dirons : $20+6=26-12=14$, ou 20.12 : 14.6.

261. Les rapports par différence ne sont pas d'usage en arithmétique.

262. Dans toute proportion, soit par différence, soit par quotient, le terme inconnu s'exprime par $x$.

263. *Proportion par quotient.* Dans toute proportion par quotient le produit des extrêmes est égal au produit des moyens.

Soit la proportion :

$$3:12::5:20\,;$$

en multipliant 20 par 3, nous obtiendrons $20\times3=60$ ; et en multipliant 12 par 5, nous obtiendrons $12\times5=60$. En effet, en exprimant chacun des rapports par une fraction, nous aurons $\frac{3}{12}$, $\frac{5}{20}$ qui, réduites au même dénominateur, seront $\frac{60}{240}$, $\frac{60}{240}$, ou 60 : 240 :: 60 : 240. Les rapports restent donc égaux.

264. Il suit de là que l'ordre dans lequel sont placés les termes de la proportion par quotient peut être interverti sans que la proportion cesse d'être, pourvu qu'ils le soient de manière que le produit des extrêmes soit égal au produit des moyens, comme dans :

3 : 12 :: 5 : 20
12 : 3 :: 20 : 5
20 : 5 :: 12 : 3
5 : 3 :: 20 : 12
20 : 12 :: 5 : 3
12 : 20 :: 3 : 5
5 : 20 :: 3 : 12
3 : 5 :: 12 : 20

où tous les extrêmes multipliés l'un par l'autre sont égaux aux moyens multipliés aussi l'un par l'autre. En effet, dans chacune d'elles, nous avons $3 \times 20$ ou $20 \times 3$; et $5 \times 12$ ou $12 \times 5$; les produits, dans tous les cas, doivent donc être semblables.

265. En multipliant ou en divisant les antécédents d'une proportion par quotient par un même nombre, la proportion ne cesse pas d'être.

Soit la proportion : 9 : 12 :: 15 : 20, ou $\frac{9}{12} = \frac{15}{20}$, ou réduite au même dénominateur $\frac{180}{240} = \frac{180}{240}$.

Si nous divisons 9 par 3 et 15 par 3, nous aurons 3 : 12 :: 5 : 20, ou $\frac{3}{12} = \frac{5}{20}$, ou réduite au même dénominateur $\frac{60}{240} = \frac{60}{240}$, ou 60 : 240 :: 60 : 240. Les rapports seront donc encore égaux.

Le résultat serait le même par la multiplication.

266. En multipliant ou en divisant les conséquents par un même nombre, il y a toujours proportion.

Soit la proportion précédente : 9 : 12 :: 155 : 20.

Si nous renversons les termes de chaque rapport, nous aurons : 12 : 9 :: 20 : 15 (264).

Il nous suffira de faire le raisonnement précédent (265) pour obtenir le même résultat ; le principe énoncé sera donc justifié.

267. En ajoutant chaque conséquent à son antécédent, ou en l'en retranchant, la proportion ne cesse pas d'être.

Soit la proportion : $9:12::15:20$, ou $\frac{9}{12}=\frac{15}{20}$, et réduite $\frac{180}{240}=\frac{180}{240}$.

Si à 9 nous ajoutons 12, nous aurons $21:12$ ou $\frac{21}{12}$; et en ajoutant 20 à 15, nous aurons $35:20$ ou $\frac{35}{20}$, ou $21:12::35:20$. Nous disons qu'il y a toujours proportion, parce que l'égalité des rapports existe toujours. En effet, $21:12::35:20$, ou $\frac{21}{12}=\frac{35}{20}$, forme une proportion : car, en la réduisant au même dénominateur, nous aurons $\frac{420}{240}=\frac{420}{240}$, ou $420:240::420:240$.

Les rapports restent donc égaux.

Il en serait de même si l'on retranchait chaque conséquent de son antécédent.

268. En multipliant chaque terme d'une proportion par le terme correspondant d'une autre proportion, on obtient quatre produits, qui forment encore une proportion.

Soit la proportion : $3:6::4:8$ multipliée par $3:5::9:15$.

Nous écrirons l'opération comme il suit :

$$\begin{array}{c} 3:6::4:\ 8 \\ \hline 3:5::9:15 \end{array}$$

Je multiplie tour à tour 3, 6, 4, 8, termes de la proportion multiplicande, par 3, 5, 9, 15, termes de la proportion multiplicateur, et j'ai pour résultat $3\times3=9$; $6\times5=30$; $4\times9=36$ et $8\times15=120$, ou $9:30::36:120$, ou $\frac{9}{30}=\frac{36}{120}$, ou par la réduction au même dénominateur $\frac{1080}{3600}=\frac{1080}{3600}$; ramenons à la plus simple expression, on aura $\frac{3}{10}=\frac{3}{10}$, ou encore $3:10::3:10$. Les rapports étant égaux, la proportion existe toujours.

269. Si l'on voulait trouver le rapport entre deux frac-

tions, il faudrait d'abord les réduire au même dénominateur, puis prendre le rapport des numérateurs.

Soit le rapport : $\frac{2}{3} : \frac{7}{16}$.

Ce rapport, réduit au même dénominateur, $\frac{32}{48}$, $\frac{21}{48}$, est égal au rapport 32 : 21 ; c'est comme si l'on multipliait ses termes par 48. On pourrait diviser simplement $\frac{2}{3}$ par $\frac{7}{16}$ ; en effet, $\frac{2}{3} : \frac{7}{16} = \frac{2}{3} \times \frac{16}{7} = \frac{32}{21}$, 32 : 21.

270. *Méthode de l'unité.* Les proportions ont pour objet la résolution des règles de trois, des questions d'intérêt, d'escompte, de société, de partage, d'alliage, de mélange, etc. Cependant, pour résoudre ces questions, on emploie de préférence la méthode dite de l'unité, ou du simple raisonnement.

271. Pour la résolution des règles que nous venons d'énoncer, la méthode dite de l'unité est préférée aux proportions : 1° parce qu'elle est plus expéditive ; 2° parce qu'elle oblige à trouver la solution par le raisonnement, c'est-à-dire par l'analyse de la question posée. Cette méthode consiste à diviser l'un par l'autre les deux termes connus du rapport, autrement à diviser la quantité seule de son espèce par celle dont elle est le produit ou qu'elle a produite elle-même, et à multiplier le résultat de cette division par le terme connu de l'autre rapport.

*Problème.* 35 hommes ont fait $190\frac{3}{4}$ toises d'ouvrage, combien 60 hommes en feraient-ils ?

*Raisonnement.* 35 et $190\frac{3}{4}$ sont les deux termes connus du premier rapport ; 60 et $x$ les deux termes du second, dont un seulement est connu.

Je dis : On demande combien de toises feront 60 hommes. Si je connaissais le nombre de toises que ferait un homme, je me bornerais à multiplier ce nombre de

toises par 60 et j'aurais la réponse à la question posée. Mais puisque 35 hommes font $190\frac{3}{4}$ toises d'ouvrage, il m'est facile de savoir ce que fera un homme ; en divisant $190\frac{3}{4}$ par 35, j'aurai ce nombre de toises ; après quoi, il ne me restera plus qu'à multiplier le résultat de la division par 60. Or, $190\frac{3}{4} : 35 = 5$ toises 2 pieds 8 pouces 5 lignes ; et en multipliant par 60, j'ai 327 toises.

On voit : 1° que j'ai divisé $190\frac{3}{4}$ toises, quantité seule de son espèce, par la quantité qui l'a produite, 35 ; 2° que j'ai multiplié 5 toises 2 pi. 8 po. 5 li., résultat de la division, par 60, seul terme connu du dernier rapport.

QUESTIONNAIRE.

255. Comment forme-t-on les rapports ?—Que résulte-t-il de l'égalité de ces rapports ?—Comment est appelée cette proportion ?—Quel autre nom lui donne-t-on ?—256. Comment forme-t-on les rapports qui suivent ?—Qu'en résulte-t-il ?—Comment est appelée cette deuxième proportion ?—257. Que résulte-t-il de ce qui vient d'être dit ?—258. Qu'écrit-on entre les deux termes de chaque rapport par différence ou par soustraction ?—Et entre les termes des rapports par quotient ?—Comment se nomme le premier terme de chaque rapport ?—Le second ?—Le premier et le quatrième ?—Les deux du milieu ?—259. Dites la propriété fondamentale de toute proportion.—260. Que résulte-t-il de là ?—261. Par quoi s'exprime le terme inconnu ?—262. Que dites-vous des rapports par différence au point de vue de leur emploi ?—263. Dites le premier principe de toute proportion par quotient.—264. Que suit-il de là ?—265. Dites le deuxième principe.—266. Dites le troisième.—267. Le quatrième.—268. Le cinquième.—269. Le sixième.—270. Que faudrait-il faire pour trouver le rapport entre deux fractions ?

—271. N'y a-t-il que la méthode des proportions pour la résolution des règles de trois ?

---

## 30me LEÇON.

### Règle de trois.

272. On appelle *Règle de trois* l'opération arithmétique qui donne lieu à l'enoncé d'un problème dans lequel trois termes d'une proportion étant connus concourent à trouver le quatrième.

273. Les règles de trois sont de deux sortes : 1° celle dont chaque terme n'est composé que d'un seul nombre ; elle est appelée *règle de trois simple ;* 2° celle dont deux et quelquefois quatre termes sont composés de plusicurs nombres, elle est appelée *règle de trois composée.*

### Règle de trois simple.

274. On dit que la règle de trois est *simple* quand chacun de ses termes est un seul nombre.

Soit le problème : 6 tisseurs ont fait, dans un temps donné, 36 vérges de tweed ; combien 15 tisseurs en feraient-ils dans le même laps de temps ?

Il faut se rappeler ici que tout problème que l'on veut résoudre par les proportions renferme deux rapports ou quatre termes dont le premier est au deuxième comme le troisième est au dernier. Or, dans la question ci-dessus, 6 est à 36 comme 15 est à $x$ ; en d'autres termes, si 6 hommes ont fait 36 verges de tweed dans un temps donné, dans le même temps 15 hommes en feront proportionnellement autant. En divisant 36 par 6 j'aurai le nombre de verges que fera un homme ; et en divisant le nombre inconnu par 15, j'obtiendrai le même résultat.

Pour trouver ce nombre inconnu par la proportion, je l'écrirai ainsi :

$$6 : 36 :: 15 : x,$$

et pour la résoudre je la disposerai de cette manière :

$$\frac{36 \times 15}{6} = 90 \text{ verges de tweed.}$$

En multipliant les deux moyens l'un par l'autre et divisant leur produit par l'extrême connu, j'obtiens 90 pour quatrième terme.

275. Si nous avions le même problème, ainsi conçu : Combien faudrait-il d'ouvriers pour tisser 36 verges de tweed, sachant que 15 ouvriers en ont tissé 90 verges ? Nous poserions la proportion ainsi :

$$x : 36 :: 15 : 90,$$

et pour la résoudre :

$$\frac{36 \times 15}{90} = 6 \text{ verges de tweed.}$$

Après avoir multiplié les deux moyens 36 et 15 l'un par l'autre, je divise leur produit 540 par l'extrême connu ou 90, et j'obtiens 6 pour quatrième terme.

Il en serait de même en raisonnant dans l'hypothèse où l'un ou l'autre des deux moyens serait inconnu.

### Règle de trois composée.

276. On dit que la règle de trois est *composée* quand deux termes ou même les quatre termes sont formés de plusieurs nombres, c'est-à-dire quand il y a lieu d'employer plusieurs proportions.

Soit le problème : 6 tisseurs ont fait en 9 jours 270

verges de toile, combien 15 tisseurs, travaillant 21 jours, en feront-ils de verges ?

Dans cette question comme dans toute autre, il y a deux rapports ; le premier composé des deux termes $6 \times 9 : 270$, dont le premier est composé ; et le second, composé des deux termes $15 \times 21 : x$, dont le premier est également composé. La proportion est donc $(15 \times)$ $6 \times 9 : 270 :: 15 \times 21 : x$, ou $54 : 270 :: 315 : x$.

Pour la résoudre nous la disposerons ainsi :

$$\frac{270 \times 15 \times 21}{6 \times 9} = 1575 \text{ verges de toile.}$$

Nous multiplions les moyens 270 et $15 \times 21$ l'un par l'autre, et nous divisons leur produit 85050 par l'extrême connu 54 ; le quotient est 1575 verges. La proportion est donc $54 : 270 :: 315 : 1575$ ; elle est exacte, car si nous divisons chaque conséquent par son antécédent, nous aurons $\frac{270}{54} = 5$ et $\frac{1575}{315} = 5$.

277. Si le même problème se présentait de cette manière : 6 tisseurs ont fait en 9 jours un certain nombre de verges de toile, quel est ce nombre, sachant que 15 tisseurs, en travaillant 21 jours, en ont fait 1575 verges ?

Le premier rapport est $6 \times 9 : x$, et le second $15 \times 21 : 1575$. On voit que dans le premier cas, l'inconnu était l'un des extrêmes, et que dans celui-ci c'est l'un des moyens ; la proportion est $6 \times 9 : x :: 15 \times 21 : 1575$.

Pour la résoudre il faudra la disposer ainsi :

$$\frac{6 \times 9 \times 1575}{15 \times 21} = 270 \text{ verges,}$$

Après avoir multiplié les deux extrêmes $6 \times 9$ et 1575 l'un par l'autre, en divisant leur produit 8505 par 315,

produit de 15 × 21, moyen connu, j'ai obtenu pour quatrième terme 270 verges de toile.

*Problèmes sur la règle de trois simple.*

1° Le quart de pommes coûte $ 1.80 ; combien couteront 650 quarts ?

2° Un commerçant paie la douzaine de pièces dè dentelle $ 64.80 ; combien payera-t-il pour 356 douzaines ?

3° Pour $ 607.50, un marchand a acheté 450 gallons de vin ; combien en aura-t-il de gallons pour $ 1980 ?

4° 12 chevaux ont été payés $ 6900 ; combien paiera-t-on pour 34 chevaux ?

5° 25 personnes dépensent, en un jour, $ 185 ; combien dépenseront-elles en 30 jours ?

6° On a payé à 75 ouvriers, pour 45 jours de travail, $ 270 ; combien leur eût-on payé s'ils avaient travaillé 15 jours de plus ?

7° 345 verges ¼ ont été payées $ 1035.45 ; combien paiera-t-on pour 1112 verges ¾ ?

8° Pour 65 écoliers on dépense $ 780 par mois en frais divers ; combien d'écoliers entretiendrait-on avec $ 1480 ?

9° En 25 jours, un entrepreneur gagne $ 137.50 ; combien gagnera-t-il en 120 jours ?

10° Un ingénieur travaille 15 jours pour gagner $ 66 50 ; combien devra-t-il travailler de jours pour gagner $ 166.60 ?

11° Une balle de laine pesant 200 livres coûte $ 199.50 ; combien coûterait-elle si elle pesait 525 livres 8 onces ?

12° Avec 624 livres de pain on alimente 104 personnes ; combien de personnes alimenterait-on avec 2560 livres ?

13° 25 ouvriers mettent 85 jours pour faire un certain travail ; combien 3 ouvriers mettront-ils de jours pour faire le même travail ?

14° Un tisseur a fait une pièce d'étoffe de 45 verges en 9 jours ; combien de jours lui aurait-il fallu pour faire cette pièce si elle eût eu 10 verges de plus ?

15° Deux pièces de soie coûtent : la première $ 820, la deuxième $ 680 ; quelle est la longueur de l'une et de l'autre, sachant que la première à 7 verges de plus que la seconde ?

16° Un marchand revend $ 6.90 la verge de drap qu'il a payée $ 5.80 ; quel gain fait ce marchand sur une vente de $48\frac{1}{2}$ verges de cette marchandise ?

17° 8 ouvriers sont chargés de faire un certain travail en 48 jours ; mais ce travail devant être fait en 24 jours, combien faudra-t-il ajouter d'ouvriers aux premiers ?

18° Un maître a employé 1 ouvrier pendant 55 jours et lui a compté $ 41.25 ; l'employant une seconde fois aux mêmes conditions pendant 125 jours, combien lui comptera-t-il ?

19° Un commerçant a payé $ 611.49 pour 7412 livres de sucre ; combien paiera-t-il pour 25349 livres ?

20° On a payé pour le transport de 20000 livres de marchandises $ 150 ; quel poids ferait-on transporter pour $ 450 ?

21° Il faut, pour habiller 35 hommes, 129 verges d'étoffe ; combien d'hommes habillera-t-on avec 1161 verges ?

22° J'ai acheté 40 pièces de velours de soie. Je désire savoir le prix que je dois payer, sachant que 7 pièces coûtent $ 980 ?

23° 100 cordes de bois ont été payées $ 460 ; combien de cordes aura-t-on pour $ 3472 ?

24° Quel temps faudrait-il à un voyageur pour faire une route de 528 miles, sachant qu'il fait 135 miles en 5 jours ?

*Problèmes sur la règle de trois composée.*

1° 4 personnes se réunissent pour vivre en commun et dépensent, en 30 jours, $ 82.50 ; combien dépenseraient-elles en 75 jours si elles s'adjoignaient 2 autres personnes ?

2° 30 ouvriers ont mis 90 jours pour faire 800 verges d'étoffe ; combien de verges d'étoffe feraient 45 personnes en travaillant 10 jours de plus ?

3° Pour nourir 25 personnes pendant 30 jours, il faut 1500 livres de pain ; pendant combien de jours nourirait-on ces personnes avec 5974 livres de pain ?

4° Un capitaine chargé d'une expédition de 26 jours emporte 900 livres de vivres pour 90 hommes. Au bout de 15 jours, 10 hommes sont morts ; combien de livres de vivres rapportera-t-il de son expédition ?

5° Un marchand de toiles a vendu 1890 verges de cette marchandise en 35 jours ; combien en aurait-il vendu au bout de 45 jours en ajoutant 15 verges de plus par jour sur la vente ?

6° Pour dessécher un lac, on y fait trois ouvertures par lesquelles il sort, en 12 heures, 720 pieds cubes d'eau ; mais comme le lac ne se vide pas assez vite, on y pratique quatre nouvelles ouvertures : combien sortira-t-il d'eau par ces 7 ouvertures pendant 18 heures ?

7° Trois marchands de grain ont vendu en 15 jours 2025 minots de blé ; combien de jours mettraient 5 marchands pour en vendre 418225 minots ?

8° 15 personnes ont mis 8 jours pour faucher un champ d'avoine de 305 arpents de superficie ; combien mettraient 8 personnes pour faucher un autre champ de 250 arpents.

9° Un chef d'atelier a dans chacun de deux ateliers contigus 34 ouvriers. Le premier atelier a travaillé pendant 35 jours ; le deuxième pendant 28 jours ; on demande : 1° ce que coûte chaque atelier ; 2° ce que coûte chaque homme, sachant que le premier atelier a reçu $ 1071 de plus que l'autre ?

10° Pour 8 personnes et 15 jours de résidence à Londres, on a dépensé $ 1860 ; combien de personnes faudrait-il pour dépenser la somme de $ 37200 ?

11° Pour faire un certain travail, on a employé 20 ouvriers pendant 16 jours, à 8 heures par jour ; combien emploiera-t-on d'ouvriers, travaillant 24 jours, à 6 heures par jour, pour faire le même ouvrage ?

12° Pour creuser un fossé de 60 pieds de long sur 6 pieds de large et 5 pieds de profondeur, on a employé 25 hommes pendant 18 jours ; combien 15 hommes auraient-ils mis de temps pour faire le même travail ?

QUESTIONNAIRE.

272. Qu'appelle-t-on règle de trois ?—273. Combien y a-t-il de sortes de règles de trois ?—274. Quand dit-on que la règle de trois est simple ?—275. Que faudrait-il faire si la proportion était conçue comme au paragraphe 275 ?—En serait-il de même en raisonnant dans l'hypothèse ou l'un ou l'autre des deux moyens serait inconnu ?—276. Quand dit-on que la règle de trois est composée ?—Pour résoudre cette question comment ferons-nous ?—277. Si la même question se présentait comme au paragraphe 277, comment ferait-on pour la résoudre ?

# 31me LEÇON.

## Règle d'Intérêt.

278. On appelle *capital* la mise de fonds d'une société financière, commerciale ou industrielle, pour servir à l'exploitation de son industrie ou de son commerce. Ainsi l'on dit : cette société est fondée au capital social de $500,000, de $300,000, ou toute autre somme.

On donne aussi le nom de *capital* à l'avoir d'un commerçant, d'un industriel, ou de toute autre personne, pour désigner l'excédant de son actif sur son passif.

279. Mais ce que, dans les règles d'intérêt, l'on appelle proprement *capital*, c'est toute somme due ou prêtée qui rapporte à son propriétaire un bénéfice légal ou convenu jusqu'au moment du remboursement.

280. On appelle *intérêt* le bénéfice ou le profit qui résulte de tout capital placé ou prêté à quelque titre que ce soit.

281. Le *taux* de l'intérêt se dit du bénéfice que procurent $100, capital pris pour point de départ et pour base comparative dans tout calcul qui a pour objet de déterminer les intérêts résultant de capitaux prêtés.

282. Le *temps* est la durée pendant laquelle une somme d'argent reste placée et rapporte des intérêts ; il se calcule par années, par mois et par jours. L'année commerciale est de trois cent soixante jours, et le mois de trente jours.

283. On appelle *taux légal* l'intérêt que la loi autorise et qu'elle fixe elle-même ; et *taux commercial*, celui que la loi tolère. Le premier est fixé à 6 pour cent, c'est-à-dire que chaque somme de $100 prêtée doit rapporter $6 d'in-

térêt au bout d'un an ; le second est fixé à 7 pour 100, et doit donner par $100 $7 d'intérêt par an.

284. On appelle *taux usuraire* tout intérêt qui s'élève au-dessus du taux légal ; cet intérêt est défendu par la loi.

285. La règle d'intérêt a surtout pour objet de déterminer les intérêts d'un capital prêté pour un temps determiné, et quelquefois les intérêts de ces intérêts.

286. Dans le premier cas on dit que l'intérêt est *simple ;* dans le second cas, on dit que l'intérêt est *composé.*

### Règle d'intérêt simple.

287. La règle d'intérêt simple a pour objet de déterminer les intérêts d'une ou de plusieurs années, de quelques mois ou de quelques jours seulement.

288. *Premier cas.* Le premier cas a d'abord pour objet, le capital et le taux étant donnés, de déterminer les intérêts de ce capital pour un an.

*Problème.* Un commerçant a prêté la somme de $74950 à l'intérêt de 6 pour 100 on désire savoir ce qu'il recevra d'intérêt par an.

*Raisonnement.* Ce commerçant reçoit par an un intérêt de 6 dollars pour chaque 100 dollars qu'il a prêtés ; mais s'il reçoit 6 dollars pour chaque 100 dollars, pour $1 il recevra 100 fois moins, ou $\frac{6}{100} = 0{,}06$ cents ; et si pour $1 il reçoit 0,06 cents, pour $74950, il recevra 0,06 répété 74950 fois, ou $0{,}06 \times 74950 = 4497$ dollars. J'écrirai l'opération comme suit :

$$\frac{16 \times 74950}{100} = \$\,4497.$$

$$\text{ou } \frac{6}{100} \times \frac{74950}{1} = \$\,4479.$$

289. *Règle.* Pour trouver l'intérêt d'un capital quelconque placé à un taux donné, il faut multiplier le capital par le taux, et diviser le produit de cette multiplication par 100, capital comparatif.

En effet, cela revient, dans l'exemple ci-dessus, à prendre 74950 fois $\frac{6}{100}$, ou 0,06 cents, ou à répéter l'intérêt d'un dollar autant de fois que le dollar est représenté par le capital.

Si le capital était placé pour plusieurs années à intérêt simple, il faudrait, pour trouver les intérêts à payer, par exemple, en remboursant le capital, multiplier par le nombre des années le produit du capital par le taux, et diviser ensuite par 100, comme ci-dessus.

290. *Deuxième cas.* Le deuxième cas a pour objet, le capital et le taux étant donnés, de déterminer les intérêts pour une fraction de l'année évaluée en mois.

*Problème.* Un négociant a placé $79500 à 6 pour 100 d'intérêt ; quelle somme recevra-t-il au bout de 5 mois ?

*Raisonnement.* Je dirai : Si un négociant reçoit $6 pour $100 qu'il a placés, pour $1 il recevra 100 fois moins, ou $\frac{6}{100} = 0{,}06$ cents ; et pour $79500, il recevra 79500 fois plus, ou $0{,}06 \times 79500 = \$4770$. Mais cette somme est l'intérêt d'un an, et je n'ai besoin que de celui de 5 mois ; je dois donc prendre les $\frac{5}{12}$ de 4770 ; or la douzième partie de ce nombre égale $\frac{4770}{12} = 397.50$, et les $\frac{5}{12}$ égalent $397{,}50 \times 5 = \$1987{,}50$. Je poserai l'opération ainsi :

$$\frac{6 \times 79500 \times 5}{100 \times 12} = \$1987{,}50 \text{ cents} ;$$

$$\text{ou } \frac{6}{100} \times \frac{79500}{1} \times \frac{5}{12} = \$1987{,}50 \text{ cents.}$$

291. ***Règle.*** Pour trouver l'intérêt d'un capital quelconque placé pendant un certain nombre de mois à un taux donné, il faut, après avoir pris la centième partie de l'intérêt de $100 et avoir multiplié cette centième partie par le capital, multiplier le résultat par le nombre de mois proposé et diviser le produit par 12.

En effet, dans l'exemple ci-dessus, en multipliant $\frac{6}{100}$, ou 0,06 cents, intérêt de $1 autant de fois que le dollar est contenu dans le capital $79500 ; puis, en multipliant le résultat 4770 par $\frac{5}{12}$, nous avons pris 5 fois la douzième partie de $4770 ; or ; la douzième partie de 4770 égale $\frac{4770}{12} = 397{,}50$, et les $\frac{5}{12}$ égalent 397,50 répété 5 fois, ou $397{,}50 \times 5 = 1987{,}50$.

292. *Troisième Cas.* Le troisième cas a pour objet, le capital et le taux étant donnés, de déterminer l'intérêt pour une fraction de l'année évaluée en jours.

*Problème.* Un négociant à placé $79500 à 6 pour 100 d'intérêt ; quelle somme recevra-t-il au bout de 150 jours d'intérêt ?

Nous ferons remarquer tout d'abord que 150 jours égalent la durée de 5 mois, et puisque le capital et le taux de l'intérêt sont les mêmes que dans l'exemple précédent, nous devons obtenir le même résultat.

*Raisonnement.* Après avoir opéré comme précédemment pour obtenir l'intérêt d'un an, ou 4770 dollars, je dirai : si $4770 sont l'intérêt d'un an ou de 360 jours l'intérêt d'un jour sera 360 fois moindre, ou $\frac{4770}{360} = 13{,}25$ ; et les $\frac{150}{360}$ seront 150 fois plus forts, ou $13{,}25 \times 150 = \$1987{,}50$. En effet, après avoir obtenu l'intérêt d'un an, ou 4770, j'ai multiplié cet intérêt par $\frac{150}{360}$ ; en d'autres termes, j'ai pris 150 fois la 360$^e$ partie de 4770 dollars. Je poserai l'opération de cette manière :

$$\frac{6 \times 79500 \times 150}{100 \times 360} = \$1987,50 \text{ cents},$$

$$\text{ou } \tfrac{6}{100} \times \frac{79500}{1} \times \tfrac{150}{360} = \$1987,50. \text{cents}.$$

293. *Règle.* Pour trouver l'intérêt d'un capital quelconque placé pendant un certain nombre de jours à un taux donné, il faut multiplier l'intérêt d'un an, après avoir trouvé cet intérêt, par le nombre de jours proposé et diviser le produit par 360.

En effet, diviser cet intérêt par 360, nombre de jours de l'année, c'est prendre l'intérêt d'un jour ; et multiplier cet intérêt d'un jour par le nombre de jours proposé, c'est répéter cet intérêt le même nombre de fois.

QUESTIONNAIRE.

278. Qu'appelle-t-on capital ?—279. Principalement dans les règles d'intérêt ?—280. Qu'appelle-t-on intérêt ?—281. Taux de l'intérêt ?—282. Qu'est-ce que le temps ?—283. Qu'appelle-t-on taux légal ?—284. Qu'appelle-t-on taux usuraire ?—285. Qu'a pour objet la règle d'intérêt ? 286. Que dit-on dans le premier cas ?—Dans le second ?—287. Qu'a pour objet la règle d'intérêt simple ?—288. Citez le problème qu'offre le premier cas et les raisonnements qui viennent à la suite.—289. Que faut-il faire pour trouver l'intérêt d'une somme placée à tant pour 100 pour un an ou pour plusieurs années ?—290. Qu'a pour objet le deuxième cas ?—291. Que faut-il faire pour trouver l'intérêt d'un capital placé pendant un certain nombre de mois ?—Citez de même le problème et les raisonnements du deuxième cas. - 292. Qu'a pour objet le troisième cas ?—293. Que faut-il faire pour trouver l'intérêt d'une somme placée pendant un certain nombre de jours ?

# 32me LEÇON.

## Suite de la règle d'intérêt simple.

294. Dans toute règle d'intérêt simple, il y a à considérer : 1° le capital comparatif, \$100 ; 2° le taux ou l'intérêt de ce même capital, que l'on peut aussi appeler intérêt comparatif ; 3° le capital placé ou prêté et dont on veut déterminer les intérêts ; 4° ces intérêts eux-mêmes.

295. Dans toute question de cette nature, le capital comparatif \$100 étant toujours connu, ce qui peut-être utile au commerçant, c'est de trouver par le calcul :

1° Le taux de l'intérêt ; dans ce cas, le capital prêté et ses intérêts sont connus ;

2° Le capital prêté ; dans ce cas, le taux de l'intérêt et les intérêts du capital ignoré sont connus ;

3° L'intérêt ; dans ce cas, le capital et le taux sont connus.

Cette dernière question a été complètement traitée dans la leçon précédente.

296. *Premier problème.* Un commerçant a prêté la somme de \$74950, dont il retire un intérêt annuel de \$4497. On désire savoir à quel taux ce commerçant à placé son argent.

*Raisonnement.* Employant la méthode de l'unité, nous dirons : Si \$74950 produisent \$4497 d'intérêt par an, il est bien évident que \$1 produira 74950 fois moins ou la 74950e partie de \$4497, ou $\frac{4497}{74950} = 0{,}06$ cents ; et si \$1 rapporte par an 0,06 cents, \$100 rapporteront évidemment cent fois plus ou $0{,}06 \times 100 = \$6$.

Nous écrirons l'opération de cette manière :

$$\frac{4487 \times 100}{74950} = \$6,$$

$$\text{ou } \frac{4497}{1} \times \frac{100}{74950} = \$6.$$

*Règle.* Pour trouver le taux d'une somme placée, connaissant cette somme et les intérêts qu'elle produit en un an, il faut diviser les intérêts par la somme placée et multiplier le résultat de cette division par 100, ou multiplier l'intérêt par 100 et diviser par la somme placée.

En effet, dans l'exemple ci-dessus, pour trouver à quel taux la somme de $74950 a été placée, sachant que cette somme rapporte par an $4497 d'intérêt, il faut multiplier $\frac{4497}{1}$ par $\frac{100}{74950}$ ; car multiplier $\frac{4497}{1}$ par $\frac{100}{74950}$, ce n'est autre chose que prendre 100 fois la 74950e partie de 4497.

297. *Deuxième problème.* Un commerçant a prêté une somme d'argent à 6 p. 100 d'intérêt ; quelle est cette somme sachant qu'elle lui rapporte $4497 par an.

*Raisonnement.* Si je connaissais le capital qu'il faudrait pour avoir $1 d'intérêt, la question reviendrait à répéter ce capital autant de fois que l'unité est contenue dans 4497. Mais puisque je connais le capital de $6 d'intérêt, en le divisant par 6 j'aurai le capital de $1 d'intérêt ou $\frac{100}{6} = \$16,66\frac{4}{10}$ ; et si $\$16,66\frac{4}{10}$ sont le capital de $1, en répétant ce capital ou en le multipliant par 4497 j'aurai évidemment $16,66\frac{4}{10} \times 4497$ ou 74950.

J'écrirai l'opération comme il suit :

$$\frac{100 \times 4497}{6} = \$74950,$$

$$\text{ou } \frac{100}{6} \times \frac{4497}{1} = \$74950.$$

*Règle.* Pour déterminer le chiffre d'un capital quelconque placé à tant pour cent, lorsque l'intérêt est connu, il faut multiplier cet intérêt par 100 et diviser le produit de cette multiplication par le taux de l'argent placé.

En effet, dans l'exemple ci-dessus, cela revient à prendre 4497 fois $\frac{100}{6}$ ou \$16,66$\frac{4}{10}$, capital de \$1 d'intérêt.

### Règle d'intérêt composé.

298. La règle d'intérêt composé a pour objet de déterminer les intérêts, pendant une période de plusieurs unités de temps, de plusieurs années, par exemple, en réunissant à la fin de chaque année l'intérêt au capital pour que tous deux portent intérêt l'année suivante. C'est ce qu'on appelle encore calculer l'intérêt des intérêts.

*Problème.* Un commerçant a placé la somme de \$ 97500 à 5 p. 100 d'intérêt ; combien recevra-t-il au bout de quatre ans, en ayant égard aux intérêts composés.

*Raisonnement.* Je dis : si pour \$ 100 le commerçant reçoit \$ 5 par an, pour \$ 1 il recevra cent fois moins, ou $\frac{5}{100}$ = 0,05 cents ; et pour \$ 97500, il recevra 97500 fois plus, ou 0,05 × 97500 = \$4875, qui, ajoutés au capital, donneront au bout de la première année \$ 102375 ; les intérêts de la deuxième année seront 0,05 × 102375 = \$ 5118,75, qui, ajoutés au capital, donneront \$ 5118,75 + 102375 = \$ 107493 ,75 ; les intérêts de la troisième année seront 0,05 × 107493,75 = \$5 374,.6875, qui ajoutés au capital,donneront 5374,6875 + 107493,75 = \$112868,4375 ; enfin, les intérêts de la quatrième année seront 0,05 × 112868, 4375 = \$ 5643,421875. Le commerçant recevra donc au bout de la quatrième année \$5643,42 pour un capital primitif de \$ 97500 placé à 5 p. 100.

| | | |
|---|---|---|
| 1re Année | Capital | 97500 |
| | Intérêt | 4875 |
| 2e Année | Capital | 102375 |
| | Intérêt | 5118,75 |
| 3e Année | Capital | 107493,75 |
| | Intérêt | 5374,6875 |
| 4e Année | Capital | 112868,4375 |
| | Intérêt | 5643,421875 |
| | | 118511,85 |

299. *Règle.* Pour calculer les intérêts des intérêts d'un capital quelconque à un taux donné, il faut ajouter l'intérêt de la première année au capital pour former le capital de la deuxième année; prendre les intérêts de ce nouveau capital, les ajouter au capital pour former celui de la troisième année, etc.

En effet, dans l'exemple ci-dessus, après avoir trouvé l'intérêt de $ 97500 placés à 5 p. 100, nous l'avons ajouté au capital et nous avons obtenu 102375, nouveau capital, dont nous avons pris l'intérêt que nous avons aussi ajouté à ce capital, et nous avons obtenu $ 107493,75, etc. Le capital et les intérêts s'élèvent donc, au bout de quatre ans à $ 118511,85.

### Problèmes sur la règle d'intérêt.

1° On a placé $ 74990 à 5 p. 100 pendant 15 mois, que doit-on recevoir au bout de ce temps, intérêt et capital ?

2° Que recevra-t-on au bout de 11 mois, pour $ 659740 placés à $5\frac{1}{4}$ pour 100 ?

3° Calculez l'intérêt de $ 111080 placés à 6 p. 100 pendant 1 an et 199 jours.

4° Quel est l'intérêt de $ 7480 à $6\frac{1}{2}$ pour 100 ?

5° Dites l'intérêt de $ 6000 à 6 pour 100 pendant un an.

6° On veut connaître quel est l'intérêt de $ 15400 à 8 pour 100 pendant un an.

7° Un particulier a placé $ 74970 à $6\frac{1}{2}$ pour 100 ; que recevra-t-il d'intérêt au bout d'un an ?

8° Un commerçant a emprunté $ 18545 à $7\frac{3}{4}$ pour 100 ; quel intérêt paiera-t-il chaque année ?

9° Calculez l'intérêt de $ 10710 à $3\frac{3}{4}$ pour 100 pour un an.

10° Un négociant reçoit tous les ans $ 3745 pour une somme placée à 5 pour 100 ; quelle est cette somme ?

11° Un commerçant reçoit par an $ 1168,20 pour une somme placée à 6 pour 100 ; quelle est cette somme ?

12° Un commerçant retiré des affaires a placé $ 78470 ; il retire de cette somme $ 4508,20 par an ; à quel taux a-t-il placé son argent.

13° Quel est le taux de $ 90000 qui rapportent par an $5400 ?

14° Quelle est la somme qui, placée à $7\frac{1}{2}$ pour 100, rapporte par an $ 1347,50 ?

15° On veut rembourser une rente de $ 727,50 d'un capital placé à 6 p. 100 ; quel est le capital ?

16° J'ai placé à 6 pour 100 et pour 3 ans 4 mois, à intérêts composés $ 19470 ; que recevrai-je au bout de ce temps, intérêts et capital ?

17° Une personne a fait un voyage de 3 ans 5 mois, pendant lequel elle a laissé entre les mains de son banquier $ 36450 placés à 6 pour 100 ; que lui comptera ce dernier à son retour intérêts et capital ?

18° Une personne a placé un capital à 5 pour 100 ; quel

est ce capital, sachant qu'il a rapporté $ 2441,75 au bout de 21 mois ?

19° Quelle est la somme qui, placée à 6 pour 100, rapporte en 7 ans $ 2830,80 ?

20° Une personne a placé à $5\frac{1}{2}$ pour 100 une somme qui lui rapporte au bout de 7 ans $ 28980 ; quelle est cette somme ?

21° Quel intérêt paiera-t-on au bout de 7 ans, pour une somme de $ 10800 empruntée à $6\frac{3}{4}$ pour 100 ?

22° Quatre personnes ont mis en commun chacune $ 15990 qu'elles ont placés à 7 pour 100 ; que recevront-elles chacune d'intérêt au bout de 3 ans 6 mois ?

23° J'ai emprunté $ 15000 pour 4 ans, à 8 pour 100 ; mais ne pouvant rendre cette somme qu'au bout de 7 ans, je paie l'intérêt pour les 3 dernières années a raison de $8\frac{1}{4}$ pour 100 ; que remettrai-je, intérêts et capital ?

24° En combien de temps doublera-t-on un capital placé à 4 pour 100, intérêts composés ?

QUESTIONNAIRE.

294. Que faut-il considérer dans toute règle d'intérêt simple ?—295. Dans toute question de cette nature, quel est le terme qui est toujours connu ?—296. Dans le premier cas, que peut avoir à déterminer le commerçant ? Dites le problème et le raisonnement qui suivent.—Que faut-il faire pour trouver le taux d'un capital quelconque, le capital et l'intérêt étant connus ?—297. Dans le deuxième cas, que peut avoir à déterminer le commerçant ? Dites le problème et le raisonnement qui suivent.—Que faut-il faire pour trouver un capital, le taux et l'intérêt étant connus ?—298. Quel est l'objet de la règle d'intérêt composé ? Dites le problème, les raisonnements qui la développent.—299. Quelle est la règle pour calculer les intérêts composés ?

# 33me LEÇON.

## Règle d'Escompte.

300. Dans le commerce, on appelle *valeur* ou *papier*, les effets à recevoir ou à payer, tels que les billets à ordre, les lettres de change, les mandats, etc.

301. On appelle *billet à ordre* un écrit d'une forme déterminée par lequel un commerçant s'engage à payer à une époque fixée une somme indiquée. Ce billet doit mentionner la date de la souscription et celle de son échéance, la somme en chiffres et en toutes lettres, le nom du souscripteur et celui au profit duquel il est souscrit.

302. On appelle *lettre de change* (1) un écrit par lequel un commerçant mande à son correspondant de payer, soit à celui qui est désigné dans l'acte, soit à son cessionnaire, une somme que ce commerçant reconnait avoir reçue. La lettre de change doit indiquer la ville d'où elle est tirée, la date, la somme en chiffres et en lettres, le nom de celui qui doit la payer, et celui du tireur. On appelle *tireur* celui qui tire ou fournit une lettre de change et qui la signe. *Tirer* c'est fournir une lettre de change sur quelqu'un.

303. Le *mandat* est une invitation ou ordre de payer, adressée par un créancier à son débiteur, d'acquitter, à son ordre ou à l'ordre d'une personne y désignée, une somme déterminée.

304. Escompter un billet, quel qu'il soit, c'est l'acheter

(1) La lettre de change prend le nom de *traite* pour le tireur, c'est-à-dire pour celui qui la crée ; elle prend le nom *d'aceptation* pour celui qui l'accepte ou sur qui elle est tirée ; elle prend le nom de *remise* quand elle est envoyée en payement d'une place sur une autre place.

ou le prendre. Ainsi l'escompte est un acte par lequel une personne achète ou prend un ou plusieurs billets.

305. Négocier un billet, c'est le vendre ou le céder. La négociation est donc un acte par lequel une personne vend ou cède un ou plusieurs billets.

306. A l'époque des échéances, un commerçant a souvent besoin de négocier certaines valeurs dont il est porteur pour faire face aux payements qu'il doit faire. Pour recevoir immédiatement le montant de billets qui ne doivent échoir que plus tard, il consent à perdre une partie de la somme désignée sur ces billets : cette perte, qui se nomme *escompte*, est réputée l'intérêt de l'argent avancé.

307. L'escompte ou l'intérêt est la perte, la réduction (1) qu'un commerçant consent à subir pour toucher immédiatement le montant d'un billet qu'il ne doit toucher qu'à son échéance, c'est-à-dire à une époque postérieure. Cette perte est en rapport avec le taux de l'escompte et le temps compris entre le jour de la négociation du billet et le jour de son échéances.

308. Il y a deux sortes d'escompte : *l'escompte en dehors* et *l'escompte en dedans.*

*Escompte en dehors.*

309. On dit que l'escompte est *en dehors* quand l'intérêt prélevé au taux convenu l'est sur la somme tout entière portée sur le billet.

(1) Outre l'escompte des valeurs commerciales, telles que billets, mandats, etc., il est d'usage, dans le commerce, d'accorder une remise, sur facture, à l'acheteur qui paie comptant. Le chiffre de cette remise varie beaucoup. Nous dirons seulement ici que, généralement, plus la matière est rare, précieuse, moins l'escompte est élevé ; le contraire a lieu quand cette matière est d'un prix peu élevé.

Escompter ainsi, c'est prendre l'intérêt de la somme avancée et l'intérêt de cet intérêt. (1)

*Problème.* Un commerçant fait escompter un billet de \$4500, à 4 mois d'échéance. Combien recevra-t-il, si l'escompte, à 7 pour 100, est en dehors.

*Raisonnement.* Escompter en dehors un billet quelconque à un an de date et à 7 p. 100, c'est retenir \$ 7 autant de fois que \$ 100 est contenu dans la somme portée sur le billet. Si l'escompte de \$ 100 est \$ 7, l'escompte d'un dollar sera cent fois plus petit, ou $\frac{7}{100}$, et l'escompte de \$ 4500 sera 4500 fois plus grand, ou $\frac{7 \times 4500}{100} = \$\,315$ pour un an. Mais le billet dont il s'agit n'est qu'à 4 mois d'échéance. Or, si pour un an l'escompte est de \$ 315, pour un mois il sera douze fois plus petit, ou $\frac{315}{12}$, et pour 4 mois il sera quatre fois plus grand, ou $\frac{315 \times 4}{12} = \$\,105$. Ce commerçant recevra donc \$ 4500 moins \$ 105, ou \$ 4395 dollars.

310. *Règle.* Pour déterminer l'escompte en dehors d'un billet : 1° s'il est à un an de date, il faut multiplier le montant du billet par le taux de l'escompte et diviser le résultat par 100 ; 2° s'il est à plusieurs mois de date, il faut multiplier le montant du billet par le taux de l'escompte, multiplier le produit par le nombre de mois proposé, et diviser ce produit par 12, après avoir préalablement rendu ce second produit cent fois plus petit ; 3° si le billet est à quelques jours de date, il faut multiplier le montant du billet par le taux de l'escompte, multiplier le produit trouvé par le nombre de jours compris entre le jour de l'escompte et celui de l'échéance du billet, et

(1) L'escompte ou l'intérêt se calcule toujours dans le commerce de cette manière, soit parce que l'opération est plus tôt faite, soit parce qu'elle est plus avantageuse aux banquiers, soit enfin parce que le tireur n'ajoute pas toujours l'intérêt à la somme qu'il devrait payer sur le champ et qu'il ne s'engage à payer que plus tard.

diviser ce second produit par 36, après avoir rendu préalablement ce second produit mille fois plus petit.

En résumé, pour trouver l'escompte en dehors d'une valeur quelconque à un taux quelqu'il soit et pour tel nombre de jours proposé, il faut multiplier la valeur par le taux, puis multiplier le produit par le nombre de jours, et diviser ce second produit, réduit à sa millième partie, par 36.

En effet, $4500 \times 7 \times 120 = 3780000 : 36000 = 105$ dollars.

*Remarque.* L'escompte étant généralement à 7 p. 100, les commerçants trouvent cet escompte en multipliant la valeur dont il s'agit par le nombre de jours compris entre le jour de l'escompte et le jour de l'échéance, et divisant le produit de cette multiplication par 5143. En effet, $4500 \times 120$ ou 4 mois : $5143 = \$ 104,997$, en terme commercial $ 105, résultat semblable à celui que nous avons obtenu plus haut.

Pour éviter tout travail préparatoire, nous donnons ici une table de diviseurs pour l'année commerciale, calculée depuis 1 jusqu'à 10 p. 100 et graduée de ¼ en ¼ p. 100.

Diviseurs, l'année commerciale étant de 12 mois de 30 jours, soit 360.

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 p % | 36000 | 4¼ | 8471 | 7½ | 4800 |
| 1¼ | 28800 | 4½ | 8000 | 7¾ | 4645 |
| 1½ | 24000 | 4¾ | 7579 | 8 | 4500 |
| 1¾ | 20571 | 5 | 7200 | 8¼ | 4363 |
| 2 | 18000 | 5¼ | 6857 | 8½ | 4235 |
| 2¼ | 16000 | 5½ | 6545 | 8¾ | 4114 |
| 2½ | 14400 | 5¾ | 6262 | 9 | 4000 |
| 2¾ | 13091 | 6 | 6000 | 9¼ | 3891 |
| 3 | 12000 | 6¼ | 5760 | 9½ | 3789 |
| 3¼ | 11077 | 6½ | 5538 | 9¾ | 3692 |
| 3½ | 10286 | 6¾ | 5333 | 10 | 3600 |
| 3¾ | 9600 | 7 | 5143 | | |
| 4 | 9000 | 7¼ | 4966 | | |

A l'aide de cette table le calcul de l'escompte se réduit à une opération toute mécanique, il s'agit de multiplier le capital par le nombre des jours et diviser le produit par le diviseur correspondant au taux, le quotient de la division exprimera le produit de l'escompte.

**Escompte en dedans.**

311. On dit que l'escompte est *en dedans* quand l'intérêt prélevé au taux convenu l'est sur la valeur actuelle du billet.

Escompter ainsi, c'est prendre l'intérêt seulement du montant du billet.

*Problème.* Un commerçant veut faire escompter un billet de $ 4500 à 4 mois. Combien recevra-t-il, si l'escompte, à 7 p. 100, est en dedans ?

*Raisonnement.* Escompter en dedans un billet quelconque à un an de date et à 7 p. 100, c'est prendre $ 7 pour $ 100, *augmenté de l'escompte* p. 100, c'est-à-dire ici pour $ 107 autant de fois que $ 107 est contenu dans la somme à escompter. Si l'escompte de $ 107 est $ 7, l'escompte de $ 1 sera 107 fois plus petit, ou $\frac{7}{107}$, et l'escompte de $ 4500 sera 4500 fois plus grand, ou $\frac{7 \times 4500}{107} =$ 294,392...... Mais le billet dont il s'agit n'est qu'à 4 mois. Si donc l'escompte de $ 4500 à 7 p. 100 pour un an est $ 294,392, pour un mois il sera 12 fois plus petit, ou $\frac{294,392}{12}$, et pour 4 mois il sera 4 fois plus grand, ou

$\frac{294,392 \times 4}{12} =$ $ 98,13...... Le porteur du billet recevra donc $ 4500 moins $ 98,13, ou $ 4401,87.

*Remarque.* Ce problème est le même que celui présenté pour l'escompte en dehors (N° 309). Dans ce premier cas, où l'escompte est en dehors, cet escompte est $ 105 ;

dans celui-ci, l'escompte n'est que $98,13. Or, la différence de ces deux résultats représente l'intérêt de l'intérêt véritable. Si nous retranchons le second résultat du premier, nous aurons 105 — 98,13 = $ 6,87 pour différence. Cette différence est précisément l'intérêt à 7 p. 100 de l'intérêt réel du montant du billet escompté. Si nous multiplions $ 98,13 par 7, et si nous divisons le résultat de cette multiplication par 100, nous obtiendrons $ 98,13 × 7 : 100 = $ 6,869, différence des deux escomptes.

312. *Règle.* Pour déterminer l'escompte *en dedans* d'un billet, il faut multiplier le montant ou le principal du billet par le taux de l'escompte et diviser le résultat de cette multiplication par 100 augmenté du taux. Si l'escompte portait sur un certain nombre de mois, il faudrait multiplier l'escompte d'un an par le nombre de mois, et diviser le produit par 12. S'il s'agissait d'un certain nombre de jours, il faudrait multiplier l'escompte d'un an par le nombre de jours, et diviser le produit par 360.

313. La différence qu'il y a entre l'escompte en dehors et l'escompte en dedans est donc celle-ci : dans le premier cas, la valeur à escompter n'est point augmentée de l'intérêt qu'elle rapporterait du jour de sa négociation au jour de son échéance ; dans le second cas, la valeur à escompter est augmentée de cet intérêt.

*Premier cas.* Je veux faire escompter en dehors un billet de $ 100 payable dans un an à 7 p. 100 d'escompte. Si je n'ajoute pas l'intérêt de $ 7 à ma valeur, je dois m'exprimer ainsi : si sur $ 100 je dois perdre $ 7, sur $ 1 je perdrai 100 fois moins, ou $\frac{7}{100} = 0{,}07$, et sur $ 100 je perdrai 100 fois plus, ou $\frac{7 \times 100}{100} = \$\,7$.

*Deuxième cas.* Si je fais escompter en dedans la même valeur et si j'y ajoute l'intérêt qu'elle me rapporterait au

bout d'un an, je m'exprimerai de cette manière : si sur $ 107 je dois perdre $ 7, sur $ 1 je perdrai 107 fois moins, ou $\frac{7}{107} = 0,0654.....$ ; et sur $ 100 je perdrai 100 fois plus, ou $\frac{7 \times 100}{107} =$ $ 6,54.

*Problème.* Un commerçant veut faire escompter un billet de $ 10500 à six mois d'échéance et à 5 p. 100 d'escompte ; que recevra-t-il, déduction faite de l'escompte en dedans ?

*Raisonnement.* Placée aujourd'hui à 5 p. 100 par an, une valeur quelconque vaudra $ 105 dans un an, de même qu'une valeur de $ 105 payable dans un an ne vaudra que $ 100 aujourd'hui. Si donc sur $ 105 on retient $ 5, sur $ 1 on retiendra 105 fois moins, ou $\frac{5}{105}$, et sur $ 10500 on retiendra 10500 fois plus, ou $\frac{5 \times 10500}{105} =$ $ 500. Mais l'escompte ne porte que sur six mois, ou les $\frac{6}{12}$ de l'année ; je prends donc les $\frac{6}{12}$ ou la $\frac{1}{2}$ de 500, ou $\frac{500 \times 1}{2} =$ $ 250. Retranchant 250 de $ 10500, on aura 10500 — 250 = 10250 dollars.

### Problèmes sur la règle d'escompte.

1° Je porte à l'escompte un billet de $ 5410 ; quelle somme recevrai-je si l'escompte est à 7 p. 100 ?

2° A combien montera l'escompte de $ 1900 pour 8 mois à 6 p. 100 par an ?

3° J'achète $ 3490 de marchandises à 6 mois ; mais comme je préfère payer comptant, on m'accorde un escompte de $4\frac{1}{2}$ pour 100 ; à combien s'élèvera la facture, escompte déduit ?

4° Je fais escompter une valeur à 7 pour 100 ; quelle est cette valeur, sur laquelle on m'a retenu 18,05 et qui était à 94 jours ?

5° J'ai acheté 645 verges de drap à $ 4,50 la verge ; à

combien s'élève la facture, sachant que, à 5 p. 100, j'obtiens un rabais de $ 148,35 ?

6° Un fabricant paie pour 40 balles de laine $ 4270 ; mais il a obtenu un rabais de 5 pour 100 ; à combien se serait élevée sa facture s'il n'eut point obtenu ce rabais ?

7° Je fais escompter : 1° un billet de $ 740 à 3 mois ; 2° un billet de $ 970 à 5 mois, l'un et l'autre à 7 p. 100 ; que dois-je recevoir ?

8° Sur une somme de $ 4500, je n'ai payé que $ 4185 ; à combien est l'escompte ?

9° Je dois acquitter $ 7890 dans 3 mois ; mais en payant comptant, je ne remets que $ 7751,925 ; quel est le taux de l'escompte que j'ai obtenu ?

10° Je devais payer aujourd'hui un billet de $ 9470 ; mais ne le pouvant, je le renouvelle pour 3 mois ; de quelle valeur sera-t-il si j'y ajoute un intérêt de 7 p. 100 ?

11° Un commerçant a acheté un fonds de commerce $ 24600, qu'il a payé avec 6 billets de $ 4100 chacun, le premier à 3 mois, et les autres de 3 mois en 3 mois ; mais il devance chaque échéance de 6 semaines, moyennant un escompte de $3\frac{1}{2}$ pour 100. Combien aura-t-il obtenu de rabais sur le prix de sa maison ?

12° On achète du drap à $ 4,50 la verge ; combien de verges de drap aura-t-on pour $ 1634,80, en supposant qu'on ait obtenu 6 p. 100 d'escompte.

13° J'ai souscrit une valeur de $ 24870, payable moitié dans 15 mois et moitié dans 30 mois ; mais je paie la première moitié dans 9 mois et le reste 5 mois plus tard ; quelle est la valeur du premier payement et celle du second, en supposant que j'ai obtenu un escompte de $4\frac{3}{4}$ pour 100 ?

14° Escomptez un billet de $ 9740 à 45 jours et à 7$\frac{1}{2}$ pour 100.

15° Escomptez un billet de $ 1109,80 à 7 pour 100 et à 3 mois 8 jours.

16° Un commerçant achète, au comptant, 2510 vergés de mérinos ; quel est le prix de ce mérinos, en admettant qu'il paye $ 3138,25 et qu'on accorde 5$\frac{3}{4}$ p. 100 d'escompte ?

17° Sur $ 13945, je n'ai payé que $ 12825,40 ; quel escompte m'a-t-on accordé ?

18° Combien prendra-t-on pour escompter un billet de $ 6060 à 6$\frac{1}{2}$ pour 100 et à 99 jours ?

QUESTIONNAIRE.

300. Qu'appelle-t-on valeur ou papier dans le commerce ?—301. Qu'appelle-t-on billet à ordre ?—302. Qu'appelle-t-on lettre de change ?—303. Qu'est-ce que le mandat ?—304. Qu'est-ce qu'escompter un billet ?—305. Qu'est-ce que négocier un billet ?—306. Que fait souvent un négociant à l'époque de ses échéances ?—307. Qu'est-ce que l'escompte ?—308. Combien y a-t-il de sortes d'escompte ?—309. Quand dit-on que l'escompte est en dehors ?—Qu'est-ce que escompter ainsi ?—Dites le problème suivant et le raisonnement qui le développe.—310. Que faut-il faire pour déterminer l'escompte en dehors d'un billet ?—Comment trouve-t-on l'escompte en dehors d'une valeur quelconque ?—311. Quand dit-on que l'escompte est en dedans ?—Qu'est-ce que escompter ainsi ?—Dites le premier problème et le raisonnement qui le développe.—312. Que faut-il faire pour déterminer l'escompte en dedans d'un billet ?—313. Quelle est la différence de l'escompte en dedans et de l'escompte en dehors ?—Dites l'exemple du premier cas.—Du deuxième cas.—Dites le deuxième problème et le raisonnement qui en est la conséquence.

# 34$^{me}$ LEÇON.

## Règle de Société.

314. On appelle *société commerciale* ou *industrielle* toute réunion de deux ou de plusieurs associés pour l'exploitation d'un commerce ou d'une industrie quelconque, selon des conditions déterminées et acceptées par chacune des parties contractantes.

315. Le contrat de société se règle par le droit civil, par les lois particulières au commerce, et par les conventions des parties.

316. La loi reconnaît trois espèces de sociétés commerciales :

1° La société en nom collectif ;

2° La société en commandite ;

3° La société anonyme.

317. La société en nom collectif est celle que contractent deux personnes ou un plus grand nombre, et qui a pour objet de faire le commerce sous une raison sociale.

318. La société en commandite se contracte entre un ou plusieurs associés responsables et solidaires, et un ou plusieurs associés simples bailleurs de fonds, que l'on nomme commanditaires ou associés en commandite. Elle est régie sous un nom social, qui doit être nécessairement celui d'un ou de plusieurs des associés responsables et solidaires.

319. La société anonyme n'existe point sous un nom social ; elle n'est désignée par le nom d'aucun des associés.

320. Indépendamment des trois espèces de société ci-dessus, la loi reconnait les associations commerciales en participation. Ces associations sont relatives à une ou

plusieurs opérations de commerce ; elles ont lieu dans les formes, avec les proportions d'intérêt et aux conditions convenues entre les participants.

321. La règle de société est une opération arithmétique qui a pour objet de déterminer la part de bénéfice qui revient à chaque associé ou de perte qu'il doit supporter, en raison directe de sa mise de fonds dans l'association et du temps écoulé depuis une époque donnée.

322. Le bénéfice d'une série d'opérations commerciales est présenté par le solde du compte de Pertes et profits, si ce solde existe au crédit de ce compte ; la perte est également déterminée par le solde du même compte, si ce solde existe au débit. (1)

323. La règle de société présente trois cas principaux : 1° ou l'on peut avoir à déterminer le bénéfice de chaque associé ; 2° ou la perte de chaque associé ; 3° ou la mise de fonds de chaque associé dans la société.

324. *Premier cas.* Le premier cas a pour objet, les mises de fonds des associés et le bénéfice général étant donnés, de déterminer le bénéfice afférent à chaque mise de fonds.

*Problème.* Quatre associés ont fondé une maison de commerce, et ont apporté pour mise de fonds, le premier, \$ 40000 ; le deuxième, \$ 35000 ; le troisième, \$30000, et le quatrième, \$ 24,550. Le résultat de leur comptabilité constate \$ 25910 de bénéfice au bout de la première année d'association ; quel est le bénéfice relatif à chaque mise de fonds ?

*Raisonnement.* Je m'exprime ainsi : la mise de fonds est $40000 + 35000 + 30000 + 24550 =$ \$ 129550, et le bénéfice total \$ 25910. Si je connaissais le bénéfice de \$ 1, il me suffirait de multiplier ce bénéfice par chaque mise d'associé ; le résultat de ces quatre opérations serait ce

(1) Voyez cours de Tenue des livres, Balance générale des comptes.

qui reviendrait à chacun d'eux. Pour trouver le bénéfice de $ 1, je divise le bénéfice total par la mise totale de fonds ; car si 129550 dollars ont produit 25910 dollars, 1 dollar produira nécessairement 129550 fois moins. D'où :

$$\frac{25910 \times 40000}{129550} = \text{bénéfice du 1}^{\text{er}}\text{, 8000 dollars}$$

$$\frac{25910 \times 35000}{129550} = \text{“ du 2}^{\text{e}}\text{, 7000 “}$$

$$\frac{25910 \times 30000}{129550} = \text{“ du 3}^{\text{e}}\text{, 6000 “}$$

$$\frac{25910 \times 24550}{129550} = \text{“ du 4}^{\text{e}}\text{, 4910 “}$$

Bénéfice total, 25910 dollars.

325. *Règle.* Pour trouver le bénéfice partiel de toute association, quand on connait le bénéfice total, il faut : 1° ou diviser le bénéfice total par le capital total et multiplier le quotient par le capital particulier de chaque associé ; 2° ou multiplier l'intérêt du capital par chaque mise de fonds.

Pour déterminer cet intérêt, dans le problème ci-dessus, je dis : si 129550 dollars rapportent 25910 dollars, 1 dollar rapportera 129550 fois moins, et 100 dollars rapporteront 100 fois plus, ou $\frac{25910 \times 166}{129550} = 20$ dollars ; multipliant 20 dollars par chaque mise de fonds, j'ai :

$$\frac{20 \times 40000}{100} = \$\ 8000.$$

$$\frac{20 \times 35000}{100} = \$\ 7000.$$

$$\frac{20 \times 30000}{100} = \$\ 6000.$$

$$\frac{20 \times 24550}{100} = \$\ 4910.$$

$ 25910.

326. *Deuxième cas.* Le deuxième cas a pour but, les mises de fonds de chaque associé et le déficit étant donnés, de déterminer la perte afférente à chaque mise de fonds.

*Problème.* Les quatre associés précédents ont pour capital nouveau $ 155460, savoir : le premier, $ 48000 ; le deuxième, $ 42000 ; le troisième, $ 36000, et le quatrième, $ 29460. La balance générale des comptes présente un déficit ou perte de $ 23319 au bout de la deuxième année ; quelle sera la perte de chaque associé en raison de son capital particulier ?

*Raisonnement.* Le capital est $48000 + 42000 + 36000 + 29460 = \$ 155460$, et la perte 23319. Je dis : si sur $ 155460 j'ai perdu $ 23419, sur $ 1 j'aurai perdu 155460 fois moins, ou $\frac{23319}{155460}$, et sur 48000, 42000 dollars, etc., j'aurai perdu 48000, 42000, etc., fois plus, ou

$$\frac{23319 \times 48000}{155460} = \$\ 7200, \text{ perte du 1er}$$
$$\frac{23319 \times 42000}{155460} = \$\ 6300, \quad \text{“} \quad 2^e$$
$$\frac{23319 \times 36000}{155460} = \$\ 5400, \quad \text{“} \quad 3^e$$
$$\frac{23319 \times 29460}{155460} = \$\ 4419, \quad \text{“} \quad 4^e$$

$ 23319, perte totale.

En cherchant quelle a été la perte pour 1 dollar, je dis : si sur 155460 dollars j'ai perdu $ 23319, sur $ 1 je perdrai 155460 fois moins, ou $\frac{23319}{155460} = 0{,}15$ cents ; et sur 48000, 42000 dollars, etc., je perdrai 48000, 42000, etc., fois plus, ou

$$0{,}15 \times 48000 = \$\ 7200, \text{ perte du 1er}$$
$$0{,}15 \times 42000 = \$\ 6300, \quad \text{“} \quad 2^e$$
$$0{,}15 \times 36000 = \$\ 5400, \quad \text{“} \quad 3^e$$
$$0{,}15 \times 29460 = \$\ 4419, \quad \text{“} \quad 4^e$$

$ 23319, perte totale.

327. *Troisième cas.* Le troisième cas a pour objet, le capital total et le bénéfice afférent à la mise de fonds particulière de chaque associé étant donnés, de déterminer la mise de fonds de chaque associé.

*Problème.* Trois commerçants ont fait un fonds social de $ 105000. Au bout de la première année, leur comptabilité constate un bénéfice de $ 3750 pour le premier, de $ 5250 pour le deuxième, de $ 6750 pour le troisième ; on désire savoir quelle a été la mise de fonds de chaque associé.

*Raisonnement.* Avec un capital de $ 105000, trois commerçants ont fait un bénéfice de $ 3750 + de $ 5250 + de $ 6750 = $ 15750. Si $ 15750 ont été le bénéfice de 105000, $ 1 sera le bénéfice d'un capital 15750 fois moindre, ou $\frac{105000}{15750} = 6,66\frac{2}{3}$ ; et $ 3750, ou $ 5250, ou $ 6750, sera le bénéfice d'un capital 3750, ou 5250, ou 6750 fois plus fort, ou de

$$\frac{105000 \times 3750}{15750} = \$\,25000, \text{ mise du 1}^{\text{er}} \text{ commerçant.}$$

$$\frac{105000 \times 5250}{15750} = \$\,35000, \quad \text{“} \quad 2^{\text{e}}$$

$$\frac{105000 \times 6750}{15750} = \$\,45000, \quad \text{“} \quad 3^{\text{e}}$$

**Problèmes sur la règle de société.**

1° Trois négociants ont fait un fonds de $35670 · le premier a mis $ 18000 ; le deuxième, $ 12000, et le troisième, $ 5670. Ils ont fait un bénéfice de $ 4280,40 : que reviendra-t-il à chaque associé ?

2° Quatre personnes se sont associées pour exploiter une industrie en commun. La première a mis dans la société $ 17800 ; la deuxième, $ 13640 ; la troisième, $ 5000, et la quatrième, $ 4120. Au bout d'un an, le bénéfice a été de $15\frac{1}{2}$ pour cent : quelle sera la part de bénéfice de chaque associé ?

3° Deux commerçants ont acheté une partie de marchandise, du prix de $ 18450. Au bout de l'opération, ils ont perdu : le premier, $ 805 ; le deuxième, $ 671 : 1° combien ont-ils perdu pour 100 ; 2° quelle a été la mise de fonds de chaque commerçant ?

4° On veut partager $ 7564,80, entre trois personnes, bénéfice résultant d'une opération commerciale faite en société. Quelle sera la part de chaque personne, si la première a mis $ 43970 ; la deuxième, $ 31140, et la troisième, $ 19450 ?

5° Trois personnes se sont associées : la première a mis $ 9700 ; la deuxième, une fois plus que la première ; la troisième, les $\frac{3}{4}$ des deux premières réunies ; elles ont fait un bénéfice de 15 pour 100 : que reviendra-t-il à chaque associé ?

6° Cinq personnes ont fait un fonds d'une certaine valeur ; la première y a contribué pour $ 7540 et les quatre autres pour différentes sommes. Déterminer ces sommes, sachant que le bénéfice a été de 6 pour 100 et que le premier a eu $ 452,40 ; le deuxième, $ 560 ; le troisième, 674 ; le quatrième, $ 787, et le cinquième, $ 811,60.

7° Trois commerçants ont acheté 4150 verges de velours de soie à $ 3,60 la verge, qu'ils ont revendues à $9\frac{1}{2}$ pour 100 de bénéfice : quelle est la mise de fonds de chaque commerçant, en supposant qu'ils ont eu, le premier, un bénéfice de $ 315 ; le deuxième, de $ 250 ; le troisième, de $ 132 ?

8° Huit personnes se sont associées ; la première a mis $ 12000 ; la deuxième, $ 1500 de plus que la première ; la troisième, $ 1500 de plus que la deuxième, et ainsi de suite. Les opérations de la première année ont produit

un bénéfice de $ 11,50 pour 100 : quel sera le bénéfice de chaque personne ?

9° Trois entrepreneurs ont entrepris une construction estimée à $ 315975 ; ... la part ou mise de fonds de chaque entrepreneur, en supposant qu'ils ont eu de bénéfice : le premier, $ 12540 ; le deuxième, $ 11460, et le troisième, $ 10757,25 ?

10° Dans une opération, quatre négociants ont perdu, le premier, $ 3740 ; le deuxième, $ 4110 ; le troisième, $ 5690, et le quatrième, $ 7870. Dire la mise de fonds de chaque associé, en supposant qu'ils ont fait cette perte à $6\frac{1}{2}$ pour 100.

QUESTIONNAIRE.

314. Qu'appelle-t-on société commerciale ou industrielle ?—315. Par quoi se règle le contrat de société ?—316. Combien d'espèces de société la loi reconnait-elle ?—317. Qu'est-ce que la société en nom collectif ?—318. La société en commandite ?—319. La société anonyme ?—320. L'association commerciale en participation ? — A quoi cette association est-elle relative ?— 321. Qu'est-ce que la règle de sociéte ?—322. Par quoi est présenté le bénéfice d'une série d'opérations commerciales ?— 323. Combien de cas présente la règle de société ?—324. Dites le premier cas avec le problème et le raisonnement qui suivent. — 325. Que résulte-t-il de ce qui précède ?—326. Dites le deuxième cas avec le problème et le raisonnement qui suivent.—327. Dites le troisième cas avec le problème et le raisonnement qui suivent.

# 35me LEÇON.

## Règle de répartition proportionnelle.

328. Dans certaines associations ou entreprises, il arrive parfois que le partage des bénéfices se fait, non en raison directe de la mise de fonds des associés, mise de fonds qui peut ne pas exister effectivement, mais en raison du talent, de la capacité de chaque intéressé, ou du temps donné à la réussite de l'entreprise, ou de toute autre circonstance. Dans ce cas, on suppose le bénéfice ou la somme à partager divisée en un certain nombre de parties pour être réparties entre les intéressés selon les conventions établies.

329. La règle de répartition proportionnelle est l'opération arithmétique qui a pour objet de partager un nombre quelconque en un certain nombre de parties proportionnelles au droit de chacun.

*Problème.* Sept personnes ont à se partager la somme de $ 100632, bénéfice de travaux faits en commun ; quelle sera la part de chacune d'elles, si ces parts doivent être proportionnelles à 1, 1, 1, 3, 4, 5, 6 ; en d'autres termes : que doit recevoir chaque personne, si les trois premières doivent recevoir chacune $\frac{1}{21}$ ; la quatrième, $\frac{3}{21}$ ; la cinquième, $\frac{4}{21}$ ; la sixième, $\frac{5}{21}$, et la septième, $\frac{6}{21}$ ?

*Raisonnement.* Remarquons tout d'abord que l'addition des parties à répartir donne des vingt et unièmes ; en d'autres termes, la somme doit être partagée en 21 parties. Pour résoudre le problème, il faut donc trouver le vingt et unième de 100632, ou diviser 100632 par 21 ; cette division me donne $\frac{100632}{21} = 4792$ ; si je multiplie 4792 par le nombre de parts qui revient à chaque associé, j'ob-

tiendrai nécessairement la somme qui doit lui revenir, ou

$\frac{100632 \times 1}{21} = \$$ 4792, part du premier ;

$\frac{100632 \times 1}{21} =$ 4792, " deuxième ;

$\frac{100632 \times 1}{21} =$ 4792, " troisième ;

$\frac{100632 \times 3}{21} =$ 14376, " quatrième ;

$\frac{100632 \times 4}{21} =$ 19168, " cinquième ;

$\frac{100632 \times 5}{21} =$ 23960, " sixième ;

$\frac{100632 \times 6}{21} =$ 28752, " septième ;

Preuve $ 100632, somme à partager.

330. Dans le problème qui précède, les parties à répartir sont, comme on l'a vu, des vingt et unièmes ; mais il peut arriver que ces parties soient d'espèces différentes, et présentées sous formes de fractions à deux termes. Quand il en est ainsi, il faut réduire ces fractions au même dénominateur ; ce dénominateur commun indique alors la nature des parties à partager, et il doit être semblable à la somme des numérateurs.

*Problème.* 5 entrepreneurs ont à se partager la somme de $ 21640 : le premier doit recevoir $\frac{1}{10}$ de ce produit ; le deuxième, $\frac{3}{20}$ ; le troisième, $\frac{4}{5}$ ; le quatrième, $\frac{1}{4}$, et le cinquième, $\frac{3}{10}$ ; que recevront-ils chacun ?

*Raisonnement.* Je reduis tout d'abord $\frac{1}{10}$, $\frac{3}{20}$, $\frac{1}{5}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{3}{10}$, au même dénominateur, et j'ai $\frac{4000}{40000}$, $\frac{6000}{40000}$, $\frac{8000}{40000}$, $\frac{10000}{40000}$ et $\frac{12000}{40000}$, ou, réduites, $\frac{4}{40}$, $\frac{6}{40}$, $\frac{8}{40}$, $\frac{10}{40}$ et $\frac{12}{40}$, ou $\frac{2}{20}$, $\frac{3}{20}$, $\frac{4}{20}$, $\frac{5}{20}$ et $\frac{6}{20}$. La question revient donc à dire : $ 21640, partagés en vingt parties égales, doivent être

répartis entre 5 personnes ; que reviendra-t-il à chacune, si la première doit recevoir 2 parts ; la deuxième, 3 ; la troisième, 4 ; la quatrième, 5, et la cinquième, 6 ? La réponse sera :

$$\frac{21640 \times 2}{20} = \$\ 2164, \text{ part du premier ;}$$

$$\frac{21640 \times 3}{20} = 3246, \text{ « deuxième ;}$$

$$\frac{21640 \times 4}{20} = 4328, \text{ « troisième ;}$$

$$\frac{21640 \times 5}{20} = 5410, \text{ « quatrième ;}$$

$$\frac{21640 \times 6}{20} = 6492, \text{ « cinquième ;}$$

Preuve $ 21640, somme à partager.

331. Quand les nombres qui concourent à former l'ensemble des parts sont composés de plusieurs quantités, on dit que la règle de répartition proportionnelle est composée.

*Problème.* Quatre personnes ont concouru à faire un certain travail ; la première y a travaillé pendant 5 jours, et 8 heures par jour ; la deuxième, pendant 6 jours, et 10 heures par jour ; la troisième, pendant 8 jours, et 9 heures par jour, et la quatrième, 9 jours, et 12 heures par jour : que revient-il à chaque personne, en proportion du temps donné, si le gain s'élève à $ 210 ?

*Raisonnement.* En travaillant 5 jours, à 8 heures par

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| jour, | le 1er a donné | 8 × 5 = | 40 | h. de son temps ; |
| 6 j. à 10 h., | le 2e « | 10 × 6 = | 60 | « |
| 8 j. à 9 h., | le 3e « | 9 × 8 = | 72 | « |
| 9 j. à 12 h., | le 4e « | 12 × 9 = | 108 | « |
| | | | 280 | |

Je dis: si, en travaillant 280 heures, une personne a gagné \$ 210, en travaillant 1 heure, une personne gagnera 280 fois moins, ou $\frac{210}{280} = 0,75$ ; et, en travaillant 40 heures, la première gagnera 40 fois plus ; 60 heures, la deuxième gagnera 60 fois plus ; 72 heures, la troisième gagnera 72 fois plus ; 108 heures, la quatrième gagnera 108 fois plus.

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| La 1ère recevra donc : | | $\frac{210 \times 40}{280}$ | = \$ | 30 |
| La 2e | " | $\frac{210 \times 60}{280}$ | = | 45 |
| La 3e | " | $\frac{210 \times 72}{280}$ | = | 54 |
| La 4e | " | $\frac{210 \times 108}{280}$ | = | 81 |
| Total, | | | | \$ 210 |

332. *Règle.* Pour trouver la solution de toute règle de répartition proportionnelle, il faut diviser la somme à répartir par le nombre qui représente la totalité des fractions de cette somme ; multiplier ensuite le quotient ou l'unité trouvé par le nombre représentant la quantité de ces unités ou parts qui doivent revenir à chaque intéressé.

Dans le problème qui précède, la somme à répartir est \$ 210, l'unité est 1 heure. Après avoir divisé \$ 210, par 280, nombre d'heures ou d'unités, et avoir obtenu 0,75 cents, on a multiplié 0,75 par 40 heures pour le premier, 60 heures pour le second, etc. ; le total des quatre parts ou \$ 210, prouve que l'opération est exacte.

### Problèmes sur la règle de répartition proportionnelle.

1° Deux commerçants ont loué un magasin en commun pour trois ans ; mais l'un des deux a cédé ses droits à

l'autre, au bout de quinze mois. Dire ce qu'ils payeront l'un et l'autre, sachant que le loyer était de $ 1200 par an.

2° On veut partager la somme de $ 6460 proportionnellement aux nombres 5, 7, 3 et 9. Quelles seront les parties ?

3° Trois peintres ont été employés pour faire un travail; le premier y a été employé pendant 8 jours; le deuxième, pendant 11 jours, et le troisième, pendant 5 jours; dire ce qu'ils recevront chacun sur $ 129,60, prix du travail.

4° Quatre manœuvres ont creusé une fosse de 300 pieds cubes; le premier en a creusé 140 pieds, le deuxième 120 pieds, et le troisième le reste; que doit recevoir chaque manœuvre si le pied cube a été payé 15 cents ?

5° Huit ouvriers ont reçu de leur maître, à titre de gratification, $ 378; quelle sera la part de chacun d'eux si ces parts doivent être proportionnelles aux nombres, 7, 9, 5, 4, 8, 12, 6 et 15.

6° Un vieillard, sans héritiers, laisse à quatre orphelins $ 31540 qu'il place à $5\frac{3}{4}$ pour cent; que recevra chaque enfant, au bout de chaque année, si l'aîné reçoit un quart de plus que le second, celui-ci un quart de plus que le troisième, et le troisième un quart de plus que le quatrième enfant ?

7° Deux ouvriers peintres ont fait 1500 pieds carrés de peinture; le premier en a fait 900 pieds, et le second le reste. Que recevront-ils chacun, si le pied carré leur a été payé 30 cents ?

8° Trois jeunes enfants reçoivent de leurs parents, à titre d'étrennes, 40 oranges qui doivent être réparties entre eux en proportion de leur âge; quel sera le nombre

d'oranges qu'aura chaque enfant si le premier a dix ans, le deuxième six et le troisième quatre ans?

9° Partager $ 7940 proportionnellement aux nombres 7, 4, 9, 6 et 5.

10° Une maison de six étages rapporte $ 21200; dire le revenu de chaque étage, si le rapport qui existe entre eux est le même que celui qui existe entre les nombres 20, 19, 18, 16, 14 et 12.

11° On alloue à quatre familles $ 6490; que recevra chacune d'elles si on partage cette somme en proportion de leurs membres? la première est composée de sept personnes; la deuxième de six personnes; la troisième de cinq personnes, et la quatrième de quatre personnes.

12° Un manufacturier a une commande de 104 pièces d'étoffe de $34\frac{1}{2}$ verges chacune, et occupe pour les faire faire quatre métiers. Quelle quantité de verges fera chaque métier, s'ils ont marché, le premier 40 jours; le deuxième 36 jours; le troisième 28 jours, et le quatrième 20 jours?

QUESTIONNAIRE.

328. Qu'arrive-t-il parfois dans certaines associations ou entreprises?—329. Qu'est-ce que la règle de répartition proportionnelle?—Enoncez le premier problème et les raisonnements qui suivent.—330. Quelle remarque avez-vous à faire relativement au problème qui précède?—Dites le problème qui suit et le raisonnement qui le développe.—331. Quand la règle de répartition proportionnelle est-elle composée?—Dites le problème et raisonnement qui suivent.—332. Que résulte-t-il de ce qui précède?

# 36$^{me}$ LEÇON.

## Règle de mélange et d'alliage.

333. On appelle *Mélange* la réunion des matières de nature diverse servant à la composition des corps liquides ou des matières sèches, et à la fabrication de certaines étoffes ; et *alliage*, la combinaison par fusion de différents métaux.

334. La règle de mélange est l'opération arithmétique qui a pour objet : 1° de trouver le prix moyen de plusieurs objets mélangés, connaissant le prix et la quantité de chacun d'eux avant d'être mélangé ; 2° ou de trouver la quantité de chaque espèce qui doit entrer dans le mélange, connaissant la valeur de chaque espèce et la valeur totale du mélange. Elle présente conséquemment deux cas.

335. *Premier cas.* Dans le premier cas, on cherche le prix moyen de plusieurs objets dont les prix sont connus.

1$^{er}$ *Problème.* Un marchand de drap a trois pièces : la première mesurant 40 verges à $ 5 la verge ; la deuxième, 50 verges à $ 4.80 la verge, et la troisième, 60 verges, à $ 4.60 ; il veut vendre ces trois pièces à un prix unique la verge. Quel sera ce prix ?

*Raisonnement.* Un commerçant veut vendre indifféremment à un seul et même prix 40 verges, plus 50 verges, plus 60 verges de drap, ensemble 150 verges. En vendant les 40 verges à $5, les 50 verges à $4.80 et les 60 verges à $ 4.60 la verge, il aurait eu $ 5 × 40 = $200 ; $4,80 × 50 = $ 240, et $ 4,60 × 60 = $ 276. Je dis : si 150 verges de drap doivent être vendues $ 200 + 240 + 276 = $ 716, une verge sera vendue 150 fois moins, ou $\frac{716}{150}$ = $ 4,773$\frac{1}{3}$. J'écrirai l'opération de cette manière :

| | | | |
|---|---|---|---|
| 1ère pièce de drap. | $5, × 40 v. | = $200 | |
| 2e " " , | 4,80 × 50 | = 240 | |
| 3e " " , | 4,60 × 60 | = 276 | |
| | 150 | 716 | 150 |
| | | 1160 | 4,773⅓ |
| | | 1100 | |
| | | 500 | |
| | | 50 | |

2e *Problème.* Un marchand de grain veut vendre quatre qualités de blé : le premier, de $1.25 ; le deuxième de $1.40 ; le troisième, de $1.65 ; le quatrième, de $1.75 ; combien doit-il le vendre, prix moyen, s'il a 2000 minots du premier, 2500 minots du deuxième ; 3000 minots du troisième et 7400 minots du quatrième ?

Le raisonnement est le même que pour le problème précédent.

*Opération :*

| | | |
|---|---|---|
| 1,25 × 2000 = | $ 2500 | |
| 1,40 × 2500 = | 3500 | |
| 1,65 × 3000 = | 4950 | |
| 1,75 × 7400 = | 12950 | |
| 14900 | 23900 | 14900 |
| | 90000 | $1,60\frac{60}{149}$ |
| | 6000 | |

Le commerçant devra vendre son grain $1.60 cents le minot $\frac{60}{149}$.

3e *Problème.* Un commerçant a fait fabriquer deux pièces d'étoffe de 120 verges les deux, et dans lesquelles sont entrées 30 livres de soie à $ 5 la livre, et 21 livres de laine à 90 cents la livre. Combien devra-t-il vendre la verge d'étoffe, si la main d'œuvre coute 50 cents par verge et s'il veut gagner 5 pour 100 ?

*Raisonnement.* Cherchant ce que doit coûter la fabrication de ces 120 verges d'étoffe, je dis :

| | | |
|---|---|---|
| 31 livres de soie, à $ 5, valent | 31 × 5 | = $155 |
| 21 " laine, à 90 cts." | 21 × 0,90 = | 18,90 |
| 120 verges, a 0,50 de façon, | 120 × 0,50 = | 60 |
| | | = 233,90 |
| L'intérêt de $ 233,90 à 5 pour 100 égale | | 11,695 |
| | | $ 245,595 |

Les 120 verges d'étoffe, y compris le bénéfice que veut faire le commerçant, doivent donc être vendues $ 245,59½. Eh bien, si 120 verges d'étoffe doivent être vendues $ 245,59½, 1 verge sera vendue 120 fois moins,

ou $\frac{245,595}{120} = \$2,046.$

336. *Règle.* Pour trouver la solution de toute règle de mélange du premier cas, il faut diviser par la somme des marchandises de différente espèce la somme des produits obtenus en multipliant les unités de chaque espèce par le prix qui lui correspond.

337. *Deuxième cas.* Quand on veut faire entrer dans un mélange des marchandises de prix différents pour être vendues à un prix moyen, il faut faire cette remarque essentielle : que le marchand perd sur certaines marchandises qui entrent dans le mélange, tandis qu'il gagne sur d'autres. C'est pour éviter cet inconvénient que cette règle est proposée. Car la perte sur l'unité d'une espèce n'est pas toujours égale au bénéfice sur l'unité de l'autre.

Or, il faudra d'autant plus de parties de marchandises de chaque prix que la différence de ce prix avec celui du mélange est plus petite ; au contraire, il faudra d'autant moins de parties de ces mêmes marchandises que la différence de ce prix avec le prix moyen est plus élevée.

1ᵉʳ *Problème.* Un marchand de charbon de terre veut mélanger deux espèces de charbon, l'un à $4.60 le tonneau, l'autre à $ 5.80. Dans quelle proportion le mélange doit-il se faire, si ce marchand désire le vendre $ 5 ?

*Raisonnement.* En revendant le tonneau de charbon $ 5, le marchand gagne 40 cents par tonneau sur la première espèce, et perd 80 cents par tonneau sur la deuxième :

| | | | |
|---|---|---|---|
| *Opération :* | | 4,60 | 40 |
| | 5 | | |
| | | 5,80 | 80 |
| | | | 1,20 |

En prenant la différence de 5 et 4,60, j'ai trouvé 40, bénéfice sur 1 tonneau ; et, en prenant la différence 5 et 5,80, j'ai trouvé 80, perte sur un tonneau. Le marchand mélangera donc 40 tonneaux de charbon à $ 5,80 avec 80 tonneaux de charbon à $4,60. En effet,

| | | | |
|---|---|---|---|
| 80 ton. | à $4.60 = | $368 | |
| et 40 " | à $5.80 = | 232 | |
| 120 | | 600 | 120 |
| | | | 5 |

Après avoir additionné 368, produit de 80 tonneaux à $ 4.60 avec 232, produit de 40 ton. à $ 5.80, j'ai trouvé $ 600. que j'ai divisés par le nombre de tonneaux ; j'ai obtenu au quotient $5, prix moyen auquel le marchand veut vendre son charbon.

Il suffit d'ailleurs que le mélange soit fait dans la proportion de 40 à 80. En vendant par exemple 50 ton. du même charbon, le commerçant perdra 50 fois 40 cents, ou $40 \times 50 = 20$ dollars ; et s'il en vend 25 ton., il gagnera

25 fois 80 cents, ou $80 \times 25 = \$20$ ; il n'y aura donc ni gain ni perte.

2ᵉ *Problème :* Un commerçant a du thé à 35, 45, 65 et 75 cents la livre, qu'il veut vendre 60 cents après l'avoir mélangé ; dans quelle proportion chaque quantité entrera-t-elle dans le mélange ?

| *Opération :* | | | | |
|---|---|---|---|---|
| | | 35 | 25 | } 40 |
| | | 45 | 15 | |
| | 60 | | | |
| | | 65 | 05 | } 20 |
| | | 75 | 15 | |
| | | | | 60 |

*Raisonnement.* J'écris les quatre prix, 35, 45, 65 et 75 dans une ligne verticale, et à leur gauche, vers le milieu, le prix moyen 60 ; je retranche 35 et 45 de 60, ou les deux prix inférieurs du prix moyen, et j'écris la différence 25 et 15 en regard de ces prix ; je retranche ensuite le prix moyen 60 des prix supérieurs 65 et 75, et j'écris aussi leur différence 05 et 15 en regard de ces prix supérieurs. Le commerçant gagne donc sur les deux premières qualités $25 + 15 = 40$ cents, et il perd sur les deux qualités suivantes $05 + 15 = 20$ cents ; il n'y a donc pas compensation. Mais si le commerçant vendait 20 livres de thé à 40 cents, il recevrait $40 \times 20 = \$8$, et s'il vendait 40 livres de thé à 20 cents, il recevrait $20 \times 40 = \$8$. Pour faire son mélange, le commerçant prendra donc 25 livres de thé à 65 cents avec 15 à 75 cents ; et 5 livres à 35 cents avec 15 à 45.

En effet, 25 livres $\times 0,65 = 16,25$ ; $15 \times 0,75 = 11,25$ ; $5 \times 0,35 = 1,75$, et 15 à $0,45 = 6,75$, ou

*Opération :*

$$
\begin{array}{rl}
25 \times 0,65 = 16,25 \\
15 \times 0,75 = 11,25 \\
5 \times 0,35 = \ \ 1,75 \\
15 \times 0,45 = \ \ 6,75 \\
\hline
60 \qquad \qquad 36,00 & |\,60 \\
000 & |\,0,60
\end{array}
$$

Par l'addition des quatre résultats 16,25, 11,25, 1,75 et 6,75, j'ai obtenu 36,00, que j'ai divisé par 60, nombre de livres ; le résultat 60 cents est donc bien le prix de la livre.

3° *Problème.* Un épicier a du sucre à 8, à 9 et à 12 cents la livre, qu'il voudrait vendre en moyenne 10 cents ; dans quelles proportions chacune de ces qualités entrera-t-elle dans le mélange ?

*Opération :*

$$
\begin{array}{ccc}
 & 8 & \left.\begin{array}{c}2\\1\end{array}\right\}3 \\
10 & 9 & \\
 & 12 & 2 \\
\hline
 & & 5
\end{array}
$$

*Raisonnement.* Après avoir posé l'opération comme précédemment, je retranche 8 et 9, prix des deux premières qualités, de 10, prix moyen ; j'écris 2 et 1 un peu à droite ; je retranche ensuite 10, prix moyen, de 12, prix de la troisième qualité, et j'ai 2 pour différence. Ainsi, chaque livre valant 8 cents et vendu 10 cents, donnera 2 cents de bénéfice ; et chaque livre valant 9 cents vendu 10 cents, donnera 1 cent de bénéfice ; tandis que chaque livre de sucre valant 12 cents, vendu 10 cents, donnera 2 cents de perte.

Si donc l'épicier vend 3 livres de sucre à 10 cents au lieu de le vendre à 12, il recevra 30 cents, au lieu de 36 ; il aura donc 6 cents de perte ; mais en vendant 2 livres de

sucre à 2 cents, au lieu de le vendre à 8, il recevra 20 cents, au lieu de 16 ; il gagnera donc 4 cents ; et en vendant 2 livres de thé à 10 cents, au lieu de le vendre à 9, il recevra 20 cents, au lieu de 18 ; il gagnera donc encore 2 cents ; son gain sera donc $(4+2=6)$ égal à sa perte. Il faudra donc que l'épicier prenne autant de livres de la troisième qualité qu'il perd à la fois sur une livre des deux premières, et autant de livres de la première et de la deuxième qu'il gagne sur une livre de la troisième. En effet,

*Opération :*

3 livres à 12 cents $= 12 \times 3 =$ 36 cents.
2 " à 9 " $= 9 \times 2 = 18$ }
2 " à 8 " $= 8 \times 2 = 16$ } $= 34$
—
7 ———
70 | 7
00 |———
| 10

338. *Règle.* Pour trouver la solution d'une règle de mélange du deuxième cas, il faut prendre la différence du prix de chaque espèce de marchandise avec le prix nouveau ; multiplier les différences *en moins* par le prix des objets de valeur supérieure au prix moyen proposé, multiplier aussi les différences *en plus* par le prix des objets de valeur supérieure au prix moyen proposé, et diviser la somme des deux produits par la somme des gains et des pertes que subissent les objets énoncés dans la question. Cette dernière division à pour but de vérifier l'exactitude du résultat.

### Problèmes sur la règle de mélange et d'alliage.

1° Un marchand de provisions a de la farine à $ 3,50, $ 3,75, et $ 4,00 le quart, qu'il veut vendre à un prix unique après l'avoir mélangée. Quel sera ce prix ?

2° Un marchand de thé en a de deux espèces : la première, de 215 livres à 0,75 cents, et la deuxième, de même quantité à \$ 1, 256 ; il veut les vendre à un prix unique après les avoir mélangés ; quel sera ce prix ?

3° On a mélangé dans les proportions suivantes 4 sortes de vin : 1° 30 gallons à \$ 2,40 ; 2° 20 gallons à \$ 3,00 ; 3° 10 gallons à \$ 2,00 et 5 gallons à \$ 1,80 ; combien vendra-t-on le gallon ?

4° Si l'on mêlait 65 minots de blé à 90 cents avec 48 minots à 95 cents, à combien reviendrait le minot ?

5° Un cultivateur récolte, 1° 270 minots de pois, de la valeur de 80 cents le minot ; 2° 280 minots à 70 cents ; 3° 560 minots à 60 cents. Il veut les vendre, prix moyen, avec un bénéfice de $6\frac{1}{2}$ pour 100 : quel sera le prix du minot ?

6° Quatre ouvriers ont fait 680 verges de ruban ; le premier en fait 30 verges $\frac{1}{2}$ par jour ; le deuxième $28\frac{3}{4}$ ; le troisième 26 verges $\frac{5}{8}$ et le quatrième $22\frac{3}{12}$ ; combien de jours mettront-ils pour faire ce travail sachant que le jour est de 10 heures ?

7° Un marchand de vin a une pièce de 64 gallons à \$ 1,50 ; après avoir vendu le quart de ce vin, il remplit la pièce avec de l'eau ; combien devra-t-il revendre ce vin ?

8° Un fabricant a de la laine à 40 cents la livre et à 35 cents ; il fabrique avec 50 livres mi-partie de cette laine une pièce d'étoffe de 4 verges ; à combien doit-il vendre la verge d'étoffe sachant qu'il veut gagner 10 pour 100 ?

9° Un tisserand, pour faire une pièce de toile, prend 37 livres de chanvre à 56 cents et 41 livre de chanvre à 62 cents. Que doit-il vendre la verge de cette toile, sachant

que cette pièce doit avoir 39 verges et qu'il veut gagner 10 pour 100 ?

10° On fond de l'or au titre de 0,910 avec de l'or au titre de 0,760. Quel titre a l'or obtenu par cet alliage, si l'on a pris 29 dragmes de la première qualité et 23 dragmes de la deuxième ?

11° Un statuaire a fait un œuvre d'art pesant 12100 livres et dans le poids de laquelle sont entrés 3 livres d'étain par 11 livre de cuivre. Quelles quantités de cuivre et d'étain sont entrées dans la composition de cette œuvre ?

12° Un marchand a de l'eau de vie à $ 2, $ 2,25, $ 2,75 et $ 3 le gallon ; dans quelle proportion devra-t-il la mélanger pour la revendre $ 2,50 le gallon ?

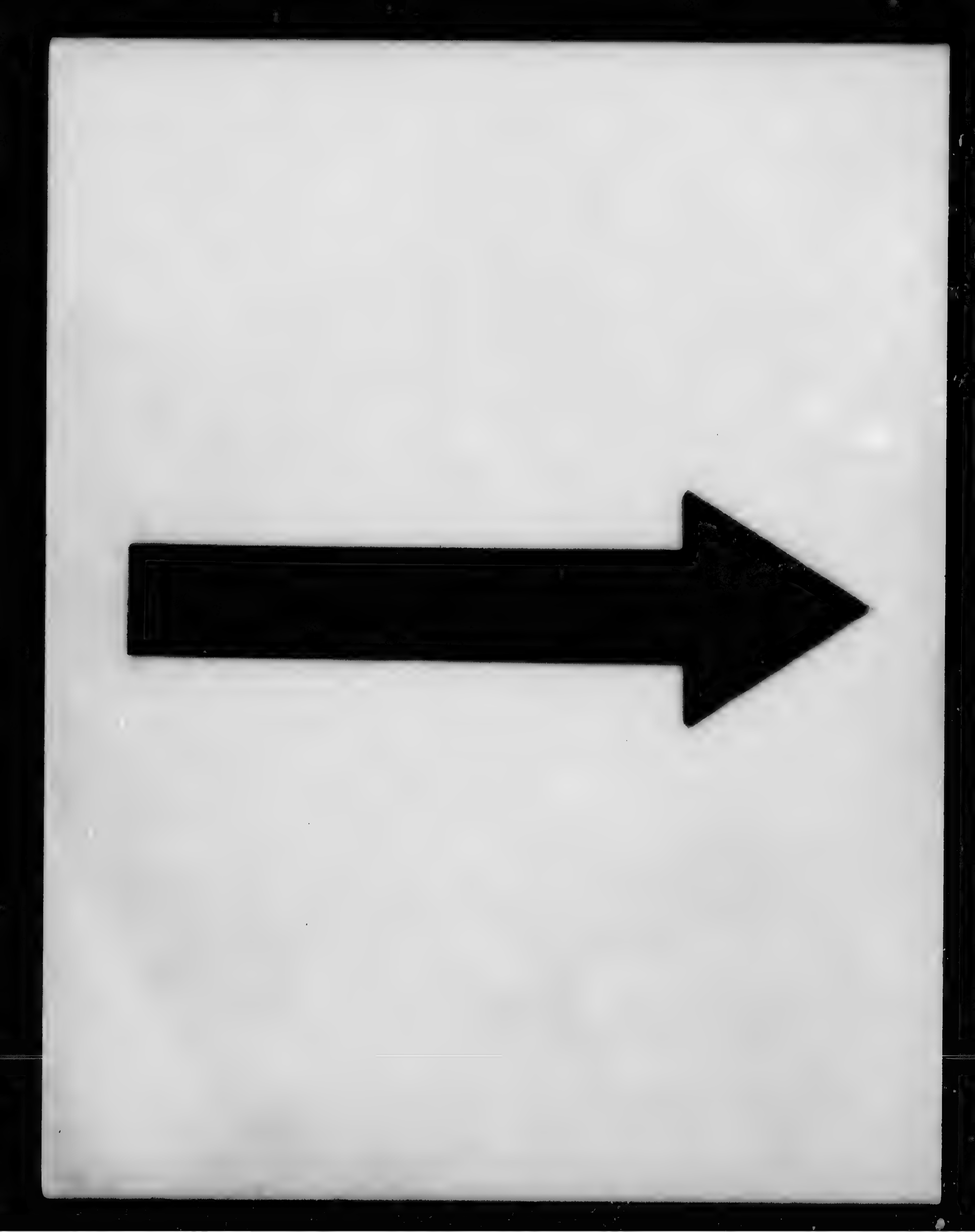
13° Sur deux pièces de vin de 45 gallons chacune à $ 1,50 et à $ 1,80 le gallon, combien de gallons dois-je prendre pour faire 70 gallons au prix de $ 1,60 ?

14° Un marchand de laine en a à 30 cents et à 39 cents la livre ; il vient d'en vendre 750 livres à 34 cents. Combien doit-il en livrer de chaque qualité ?

15° Pour fondre une cloche qui doit peser 55800 livres on met les trois cinquièmes de cuivre et le reste en étain. Combien coutera-t-elle si le cuivre vaut un cinquième de plus que l'étain, et si celui-ci vaut 28 cents ?

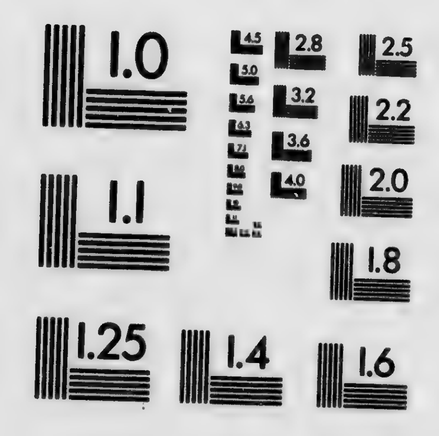
16° Un commerçant a une pièce de vin de 62 gallons à 90 cents. Combien de gallons de vin à $ 1,10 devra-t-il ajouter au premier pour le vendre $ 1,00 le gallon ?

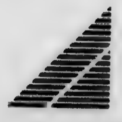
17° Un marchand a du whiskey à 25 cents et à 35 cents le gallon ; il trouve l'occasion d'en vendre 100 gallons à 32 cents. Combien devra-t-il en prendre de l'une et de l'autre qualité ?



MICROCOPY RESOLUTION TEST CHART

(ANSI and ISO TEST CHART No. 2)



18° J'ai deux pièces de vin de 65 gallons chacune: la première coûte $ 100, et la deuxième $ 40 de plus que la première. Combien de gallons dois-je prendre de chaque pièce pour en vendre 100 gallons à $ 1,90 cents ?

QUESTIONNAIRE.

333. Qu'appelle-t-on mélange ? alliage ?—334. Qu'est-ce que la règle de mélange ? et combien de cas présente cette règle ?—335. Dites le premier cas avec les problèmes et les raisonnements qui suivent.—336. Comment trouve-t-on la solution d'une règle de mélange du premier cas ?—337. Enoncez le second cas avec les problêmes et les raisonnements qui suivent.—338. Comment trouve-t-on la solution d'une règle de mélange du deuxième cas ?

---

# 37me LEÇON.

## Règle d'échange et de troc.

339. Le *troc* ou *l'échange* est un acte commercial qui consiste à céder une quantité quelconque de marchandises, en retour de laquelle on reçoit pour payement d'autres marchandises de qualité, d'espèce ou de quantité différente, mais toujours pour une égale valeur.

340. La règle d'échange ou de troc est l'opération arithmétique qui a pour objet de déterminer la quantité ou le prix d'une marchandise destiné a être reçue ou fournie en payement d'autre marchandise vendue ou achetée.

1er *Problème.* Un commerçant a 4750 verges de drap à $ 1,75 la verge, qu'il veut troquer contre des boîtes de raisins de Malaga à $ 2,45 ; combien de boîtes de raisins doit-il recevoir ?

*Raisonnement.* Je cherche tout d'abord, combien valent 4750 verges de drap à \$ 1,75 l'une, en multipliant 1,75, prix d'une verge, par leur nombre, et je vois qu'elles valent \$ 1,75 × 4750 = \$ 8313,50 ; maintenant je dirai : le commerçant recevra autant de boîtes de raisins que le prix de cette boîte est contenu de fois dans \$ 8313,50 ou $\frac{8313,50}{2,45}$ = 3225 boîtes.

2° *Problème.* Un marchand avait de la soie à \$3,50 la verge, qu'il a changé pour du velours à \$ 4,10, et dont il a reçu 1640 verges ; combien de verges de soie a-t-il livrées en échange.

*Raisonnement.* Il a livré autant de verges de soie que le prix de celle-ci est contenu de fois dans le prix total du velours qu'il a reçu ; or, si 1 verge du velours qu'il a reçu coûte \$ 4,10, 1640 verges coûteront 1640 fois plus, ou \$ 4,10 × 1640 = \$ 6724 ; donc, si je divise 6724 par \$ 3,50, j'aurai $\frac{6724}{3,50}$ = 1920 verges. Le marchand a donc livré 1920 verges de soie.

3° *Problème.* Un marchand de fer en a de \$ 7,50 le quintal qu'il veut échanger, chez un confrère, pour du fer de \$ 28. Combien de quintaux donnera le premier, si le deuxième en donne 1210 quintaux ?

*Raisonnement.* En donnant 1210 quintaux de fer le deuxième marchand donne 28 fois répétés 1210 fois, ou 28 × 1210 = 33880 ; maintenant le premier marchand donnera autant de quintaux de fer que le prix du quintal de ce même fer est contenu de fois dans le nombre 33880 ; donc, si je divise 33880 par 7,50 j'aurai $\frac{33880}{7,50}$ = 4517 quintaux $\frac{1}{3}$.

341. *Règle.* Pour trouver la solution d'une règle d'échange ou de troc, il faut chercher la valeur totale des unités que l'on se propose d'échanger ; diviser leur somme

par le prix de l'unité que l'on doit recevoir en retour, le quotient donnera ce nombre d'unités ; ou diviser la même somme par le nombre d'unités qu'on doit recevoir, le quotient sera le prix de cette unité.

### Règle de l'échéance commune.

342. Dans le commerce et dans la banque, on appelle *échéance commune* une certaine époque moyenne que l'on prend pour acquitter simultanément plusieurs sommes dues, soit par effets commerciaux souscrits, soit par promesse verbale, et dont les payements ne devraient être effectués que successivement et à des époques déterminées.

343. La règle de l'échéance commune est l'opération arithmétique qui a pour objet de trouver l'époque moyenne où doit être faite en une seule fois la remise d'une somme composée de plusieurs sommes moindres que l'on s'était engagé à remettre successivement et à des époques déterminées.

1$^{er}$ *Problème.* Un commerçant a souscrit 4 billets : le premier de $ 500, payable à 90 jours ; le deuxième de $ 1000, payable à 120 jours ; le troisième de $ 1500, payable à 60 jours ; et le quatrième de $ 2000, payable à 180 jours ; il convient de les solder en une seule fois : au bout de combien de jours effectuera-t-il ce payement ?

*Raisonnement.* Je dispose l'opération dans l'ordre suivant :

| | | | |
|---|---|---|---|
| 1$^{ère}$ échéance | $ 500 × 90 jours | = | 45000 |
| 2$^e$ " | 1000 × 120 " | = | 120000 |
| 3$^e$ " | 1500 × 60 " | = | 90000 |
| 4$^e$ " | 2000 × 180 " | = | 360000 |
| | 5000 | | 615000 |

$$\begin{array}{r|l} 615000 & 5000 \\ 11500 & \overline{123} \\ 15000 & \\ 0000 & \end{array}$$

J'écris les quatre valeurs 500, 1000, 1500, et 2000 dans un ordre vertical, et en regard de chacune d'elles le nombre de jours (90, 120, 60, 180) compris entre le jour de l'opération et les jours d'échéances ; je multiplie ensuite chaque valeur par le nombre de jours qui lui correspond, et j'écris les produits 45000, 120000, 90000 et 360000 à la suite des facteurs qui les ont donnés : je fais le total de ces quatre nombres, et je divise leur total 615000 par le total des quatre échéances, 5000 ; le quotient 123 est le nombre de jours au bout desquels le payement unique doit s'effectuer.

Cette manière d'opérer est basée sur ce principe : qu'une somme, \$ 500, par exemple, produira le même intérêt en 90 jours qu'elle en produirait en 1 jour si elle était 90 fois moins forte. (1).

Dans l'opération ci-dessus, chaque échéance produit :

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| La 1ère | $\frac{7 \times \frac{90}{360} \times 500}{100} = \$$ | 8,75 | pour | 90 | jours, |
| La 2e | $7 \times \frac{120}{360} \times 1000 =$ | $23,33\frac{1}{3}$ | " | 120 | " |
| La 3e | $7 \times \frac{60}{360} \times 1500 =$ | 17,50 | " | 60 | " |
| La 4e | $7 \times \frac{180}{360} \times 2000 =$ | 70,00 | " | 180 | " |
| | | $\$ 119,58\frac{1}{3}$ | | | |

Et \$ 615000 à 7 p. 100 rapporteraient en un jour :

$$\frac{615000 \times 7}{100 \times 360} = \$ 119,58\tfrac{1}{3}.$$

Or, puisque \$ $85,41\frac{2}{3}$, l'intérêt de la somme totale, doit être semblable à l'intérêt réuni des somme partielles, il faut aussi que la somme des échéances ou \$ 5000 multipliée par le nombre de jours cherché soit semblable à 615000 : il faut donc considérer 615000 comme le pro-

(1) Voir le *cours de tenue des livres*, aux comptes courants.

duit de deux facteurs donc l'un, 5000, seulement est connu ; donc, il faut diviser ce produit par la somme des échéances, facteur connu ; l'autre facteur viendra nécessairement au quotient.

En effet, 615000 divisé par 5000 égale $\frac{615000}{5000} = 123$

2e *Problème.* Un banquier a en portefeuille 6 billets, savoir :

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| Le 1er | de | \$ 3000 | à | 30 | jours ; |
| Le 2e | " | 4500 | " | 45 | " |
| Le 3e | " | 5000 | " | 50 | " |
| Le 4e | " | 5500 | " | 60 | " |
| Le 5e | " | 6000 | " | 70 | " |
| Le 6e | " | 6500 | " | 00 | " |

Qu'il veut échanger contre un seul à une époque moyenne ; On veut savoir dans combien de jours sera payable ce billet ?

*Raisonnement.* Je dispose l'opération comme il suit :

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 1ère | échéance | 3000 × 30 | jours = | 90000 |
| 2e | " | 4500 × 45 | " | = 202500 |
| 3e | " | 5000 × 50 | " | = 250000 |
| 4e | " | 5500 × 60 | " | = 330000 |
| 5e | " | 6000 × 70 | " | = 420000 |
| 6e | " | 6500 × 90 | " | = 585000 |
| | | 30500 | | 1877500 |

$$\begin{array}{r|l} 1877500 & 30500 \\ 47500 & \overline{61\ \frac{17000}{30500}} \\ 17000 & \end{array}$$

C'est-à-dire que je multiplie 3000 par 30 jours, et j'écris 90000 sur la droite ; j'opère de même pour les cinq nombres suivants, et j'écris de même 202500, 250900, 330000, 420000 et 585000 sur la droite ; j'additionne ces six nombres et je divise leur total 1877500 par 30500, total des six échéances ; le quotient 61, que l'on augmente

d'une unité quand il y a une fraction à la suite, est le nombre de jours fixé pour l'acquit du billet qui représente les six premiers.

Dans cette opération, l'intérêt

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| du 1er billet est de | $ 17,50 | pour | 30 | jours ; |
| du 2e " | 39,375 | " | 45 | " |
| du 3e " | 48,611 | " | 50 | " |
| du 4e " | 64,166 | " | 60 | " |
| du 5e " | 81,666 | " | 70 | " |
| du 6e " | 113,75 | " | 90 | " |
| | $ 365,068 | | | |

et l'intérêt de $ 1887500 pour 1 jour est également de $ 365,06 cents.

344. *Règle.* Ponr trouver l'échéance commune de plusieurs billets, il faut multiplier le montant de chacun d'eux par le nombre de jours compris entre le jour de l'opération et le jour de son échéance, additionner les produits trouvés et diviser leur total par le nombre de tous les billets. Le quotient sera le nombre de jours ou l'échéance commune.

### Problèmes sur la règle d'échange ou de troc.

1° J'ai vendu à Belair 400 verges de Tweeds à $ 1.25 la verge, qu'il me paie avec du drap à $ 3.00 ; combien de verges recevrai-je ?

2° Un marchand de nouveautés désire changer 80 verges $\frac{3}{4}$ de soie à $ 2.60 la verge, contre du velours de soie à $ 3.50 la verge ; quelle quantité recevra-t-il de cette dernière marchandise ?

3° Un marchand de fer a un lot de 45 quintaux à $ 24.50 le quintal ; il l'échange contre d'autre fer à $ 12 ; combien de quintaux de cette dernière qualité recevra-t-il ?

4° Un habitant a du blé à $ 1.10 le minot qu'il veut troquer contre de l'avoine à 45 cents. Quelle quantité de blé fournira-t-il s'il reçoit 250 minots d'avoine ?

5° Un marchand de tabac en a à 18 cents la livre qu'il veut échanger contre d'autre de qualité supérieure, pour 1200 livres de ce tabac, il reçoit 312 livres de cette dernière qualité ; à combien cela met-il cette dernière marchandise ?

6° Un négociant change 15 balles de peaux de fourures à $ 800 l'une contre des balles de peaux de buffalo. Combien de balles de peaux de buffalo recevra-t-il, sachant quelles coûtent $ 370 l'une ?

7° Je veux échanger du café à 18 cents contre du café à 28 cents. Combien de livres recevrai-je, si j'en fournis 1500 livres ?

8° Le quart d'huile de lin de 40 gallons coûte $ 50. Combien de gallons d'huile de charbon de terre aurai-je pour 160 gallons de la première qualité, si l'huile de charbon coûte 48 cents ?

9° Une personne a fait achat de 150 caisses de vin de Bordeaux à $ 2.90 la caisse ; mais elle veut céder une partie de ce vin pour de la bière à 25 cents le gallon ; quelle quantité de cette dernière marchandise recevra-t-elle, si elle cède 90 caisses de vin ?

10° Combien de verges d'étoffe recevra-t-on pour 340 verges de drap à $ 5.25, si l'étoffe vaut $ 4 ?

11° Un maître charpentier a acheté 2540 planches de bois de pruche à 75 cents l'une, qu'il échange contre 1444 planches en bois de mélèze ; combien coûte la planche de mélèze ?

12° La livre de thé vaut 84 cents et la livre de café

24 cents; je veux échanger 68 livres de thé contre du café; combien de livres de café aurai-je?

**Problèmes sur la règle de l'échéance commune.**

1° Un commerçant doit $ 1280. Il devra payer $ 450 dans 3 mois, $ 280 dans 6 mois, et le reste dans 9 mois. A quelle époque paiera-il, s'il ne fait qu'un seul payement?

2° Un marchand fait un achat de $ 6000 qu'il doit acquitter en trois payements, savoir: le $\frac{1}{3}$ dans 2 mois, la $\frac{1}{2}$ de ce qui reste dans 4 mois, et le reste dans 6 mois. S'il voulait ne faire qu'un payement, à qu'elle époque l'effectuerait-il?

3° On doit $ 1190 pour un achat de bois payable dans un an. Au bout de 8 mois on a remis $ 500 en à-compte; à quelle époque doit-on remettre le reste?

4° J'ai fait construire une maison de la valeur de $ 8500 que je dois payer, $ 4200 dans 8 mois, et $ 4300 dans 16 mois; ne désirant faire qu'un payement, à quelle époque dois-je le faire?

5° Un marchand de chevaux en achète quatre à $ 350 l'un, qu'il doit payer dans 3, 6, 9 et 12 mois; mais ne voulant faire que deux payement, à quelles époques les fera-t-il et quels seront-ils si le premier est trois fois plus fort que le second?

6° Un banquier s'est engagé à faire les cinq payements suivants: $ 37500 au bout de 1 mois; $ 6700 au bout de 2 mois; $ 8000 dans 3 mois; $ 9700 dans 4 mois, et $ 10000 dans cinq mois; mais pouvant s'acquitter plus tôt, il désire ne faire qu'un payement: à quelle époque le fera-t-il?

QUESTIONNAIRE.

339. Qu'est-ce que l'échange ou troc ?—340. Qu'est-ce que la règle d'échange ?—Dites les problèmes et les raisonnements qui suivent.—341. Comment trouve-t-on la solution d'une règle d'échange ?—342. Qu'appelle-t-on échéance commune dans le commerce et dans la banque ? —343. Qu'est-ce que la règle de l'échéance commune ?—Dites le premier problème et le raisonnement qui suit.—Sur quel principe est basé cette manière d'opérer ? —Dites le second problème et le raisonnement suivant.—Dites l'intérêt de chaque échéance du problème qui précède.—344. Comment trouve-t-on l'échéance commune de plusieurs billets ?

---

## 38^me^ LEÇON.

### Règle de change.

345. Le *change* est une opération commerciale qui consiste à prendre, chez tel banquier, un effet de commerce sur une ville et sur une personne désignées, en retour d'une somme équivalente.

346. L'effet de commerce dont on fait usage en pareil cas, s'appelle *lettre de change*. Elle prend le nom de *traite*, même quand le créancier la garde en portefeuille, mais surtout quand il la vend ou la négocie ; elle prend le nom de *remise* quand le débiteur l'achète pour l'envoyer ou la remettre en payement à son créancier.

347. Le change est la commission que prélève le banquier ; cette commission varie selon la rareté ou l'abondance des lettres de change.

1^er^ *Problème.* Le change sur Boston est, à Montréal,

de 2 pour 100 de bénéfice ; quelle somme dois-je remettre à mon banquier de Montréal, en retour d'une lettre de change de $ 4565 ?

*Raisonnement.* Je dois remettre à mon banquier, $ 4565 plus $ 2 par chaque $ 100 ou $\frac{2}{100}$ pour $ 1 ; or

$$\frac{2 \times 4565}{100} = 91,30 + 4565 = \$\,4656,30 \text{ cents.}$$

2° *Problème.* Je désire prendre, à Montréal, une lettre de change sur Philadelphie ; de quelle valeur sera cette lettre de change si je débourse $ 7622 et si le change est à 3 pour 100 de bénéfice ?

*Raisonnement.* Si $ 103 à Montréal ne réprésentent que $ 100 à Philadelphie, $ 1 ne représentera que $\frac{100}{103}$, ou 103 fois moins, et $ 7622 représentera 7622 fois plus,

$$\text{ou } \frac{100 \times 7622}{103} = \$\,7400.$$

3° *Problème.* Je prends, chez mon banquier, une lettre de change sur Toronto, de $ 7200 ; combien dois-je lui remettre, si le change sur cette place est, à Montréal, de $2\frac{1}{2}$ pour 100 de perte ?

*Raisonnement.* Si je remettais à mon banquier $ 7200, je lui remettrais $ $2\frac{1}{2}$ ou $ 2,50 autant de fois de trop que 100 est contenu dans 7200 ou $\frac{7200}{100}$ ou 72 fois × 2,50 = 180. Je dois donc remettre à mon banquier $ 7200 − $ 180 = $ 7020.

4° *Problème.* J'ai pris, à Montréal, une lettre de change sur Ottawa ; de quelle valeur est-elle, sachant que j'ai remis à mon banquier $ 3415 et que le change est à $3\frac{3}{4}$ pour 100 de perte ?

*Raisonnement.* Si, à Montréal, je peux avoir sur Ottawa $ 100 pour $ 100—$ 3,75 ou pour $ 96,25, pour

\$ 1 on aura $\frac{100}{96,25}$, et pour \$ 3415 on aura 3415 fois $\frac{100}{96,25}$ ou $\frac{100 \times 3415}{96,25}$ = \$ 3548,05.

348. *Règle.* Pour trouver la solution d'une règle de change :

Dans le premier cas énoncé, il faut multiplier la valeur de la lettre de change par le prix du change; diviser le produit trouvé par 100, et ajouter le quotient trouvé à la valeur de la lettre de change.

Dans le deuxième cas, il faut diviser 100 par 100 augmenté du change, et multiplier le quotient trouvé par la valeur de la lettre.

Dans le troisième cas, il faut diviser la valeur de la lettre par 100 ; multiplier le quotient trouvé par le prix du change, et retrancher ce produit de la valeur de la lettre.

Dans le quatrième cas, il faut diviser 100 par 100 diminué du prix du change, et multiplier le quotient par la valeur de la lettre de change.

**Problèmes sur la règle de change.**

1° Le change sur New-York est, à Montréal, de $\frac{3}{4}$ pour cent de bénéfice. Quelle somme coûtera une lettre de change de \$ 4050 ?

2° Je dois à Garneau de Québec \$ 3500. Pour payer cette somme je prends chez mon banquier une lettre de change. De quelle valeur sera cette lettre si le change sur cette place est à $\frac{1}{2}$ de bénéfice à Montréal ?

3° Je veux payer Falardeau de Toronto auquel je dois \$ 3700 ; à cet effet je prends une lettre de change chez mon banquier ; de quelle valeur sera-t-elle, si l'argent, sur cette place, est à \$ 99,25 ?

4° Un commerçant de Montréal reçoit de Prescott

pour $ 1180 de grains. Pour solder cette facture, il prend chez son banquier une traite qu'il paie $ 1159,35 ; à combien était le change sur cette place ?

5° J'ai acheté à Perreault de Québec 50 tonneaux de fer raffiné à 60 dollars l'un, je paie ce fer avec une lettre de change sur cette ville. Combien m'a-t-elle couté si le papier sur cette place vaut $ 101 ?

6° Courtrais, pour payer un envoi de vin, prend une lettre de change qui lui coûte $ 8744,55 ; à combien s'élève sa facture, sachant que le change sur cette place est à $ 3 de bénéfice à Montréal ?

7° Renaud de Montréal prend une lettre de change sur Détroit : de quelle valeur est elle, sachant qu'il a remis à son banquier $ 4005 et que le change sur Détroit est $3\frac{1}{4}$ de perte ?

8° Chamberlain de Toronto a reçu de Québec 40 quarts de saumon s'élevant à $ 520. Il paie avec une lettre qui lui coute $ 530,40 ; à combien était le change ?

QUESTIONNAIRE.

345. Qu'est-ce que le change ?—346. Qu'appellé-t-on lettre de change ? – 347. Comment nomme-t-on l'intérêt prélevé dans ces sortes d'opérations ?—Dites les problèmes et les raisonnements qui suivent.—348. Comment trouve-t-on la solution d'une lettre de change ?

---

## 39me LEÇON.

### Règle des moyennes.

349. La règle des moyennes est l'opération arithmétique qui a pour objet de trouver un nombre moyen entre plusieurs nombres proposés.

1er *Problème.* Un commerçant a vendu, le premier jour d'une semaine, 270 minots de grains ; le deuxième, 295 minots $\frac{1}{2}$ ; le troisième, 180 minots $\frac{1}{10}$ ; le quatrième, 315 minots ; le cinquième, 290 minots $\frac{4}{10}$ ; le sixième, 335 minots ; le septième, 296 minots. Combien ce commerçant a-t-il vendu de minots par jour, terme moyen ?

*Raisonnement.* Si j'additionne ensemble les sept quantités que le commerçant a vendues pendant la semaine, il est évident que j'aurai obtenu la quantité totale ; et si je veux ensuite en avoir la septième partie, c'est-à-dire la vente moyenne, je divise la totalité de la vente par 7 ou le nombre de jours. En effet,

| | | |
|---|---|---|
| Le 1er jour, le commerçant a vendu | | 270 minots |
| Le 2e | " | $295\frac{1}{2}$ |
| Le 3e | " | $180\frac{1}{10}$ |
| Le 4e | " | 315 |
| Le 5e | " | $290\frac{4}{10}$ |
| Le 6e | " | 335 |
| Le 7e | " | 296 |

Minots 1982 | 7
58 | 283 minots $\frac{1}{7}$.
22
1

La vente moyenne est donc de 283 minots $\frac{1}{7}$ par jour.

2e *Problème.* Un spéculateur a fait six opérations financières : la première lui a rapporté \$ 2795 ; la deuxième, \$ 5985 ; la troisième, \$ 7675 ; la quatrième, \$ 9290 ; la cinquième, \$ 8795 ; la sixième, \$ 12775,50. Quel est, en moyenne, le produit de chacune de ces six opérations ?

*Raisonnement.* En additionnant ces six sommes, j'aurai 2795 + 5985 + 7675 + 9290 + 8795 + 12775,50 = 47315,50 ; maintenant, pour avoir le bénéfice moyen de ces six opérations, je divise 47315,50 par 6, le nombre d'opéra-

tions ; le quotient de la division me donnera le bénéfice moyen. En effet :

| | | |
|---|---|---|
| Le bénéfice de la 1ère opér. est | | $ 2795 |
| " | 2e | 5985 |
| " | 3e | 7675 |
| " | 4e | 9290 |
| " | 5e | 8795 |
| " | 6e | 12775,50 |
| Bénéfice total, | | 47315,50 |

```
47315,50 | 6 nomb. d'af.
 53      |_____________
  51      7885 dol. 91 2/3
   35
    55
     10
      4
```

Les six opérations ont donc rapporté chacune 7885 dollars $91\frac{2}{3}$.

350. *Règle.* Pour trouver la solution d'une règle des moyennes, il faut additionner toutes les quantités et diviser leur somme par le nombre de ces mêmes quantités.

**Problèmes sur la règle des moyennes.**

1° Un commerçant veut savoir ce qu'il dépense par jour en moyenne, sachant qu'il dépense $ 17,40, $ 21,15, $ 20,10, $ 18,90 et $ 24,20 en cinq jours.

2° En une semaine un marchand d'étoffe a vendu les quantités suivantes : le premier jour $315\frac{3}{4}$ verges ; le deuxième 410 verges ; le troisième $511\frac{1}{2}$ verges ; le quatrième $218\frac{3}{4}$ verges ; le cinquième $301\frac{1}{2}$ verges ; le sixième $345\frac{1}{4}$ verges ; en moyenne, combien a-t-il vendu de verges par jour ?

3° Un colporteur part de Montréal pour Toronto ; le premier jour il a fait 23 milles ; le deuxième $24\frac{1}{2}$ milles ; le troisième 26 milles ; le quatrième 16 milles ; le cin-

quième 18 milles; le sixième $32\frac{3}{4}$ milles; le septième $34\frac{1}{4}$ milles; le huitième $40\frac{1}{2}$ milles; il s'est arrêté le neuvième jour. Quelle a été en moyenne le nombre de milles qu'il a fait en un jour ?

4° Un marchand a acheté 64 quarts de saumon à $ 15,40 le quart. Il en a revendu 21 quarts à $ 16,50 le quart, puis 30 quarts à $ 17,15 le quart, et le reste à $ 17 le quart; quel a été, en moyenne, ce qu'il a gagné par quart ?

5° Une famille est composée de quatre personnes: le père gagne par jour $ 1 et dépense 69 cents; la mère gagne 60 cents et dépense 43 cents; le fils aîné gagne 90 cents et dépense 52 cents, et le jeune fils gagne 40 cents par jour et en dépense 38 cents; 1° quel est le gain moyen, par semaine (6 jours) de ces quatre personnes; 2° leur dépense moyenne; 3° leur économie moyenne.

6° Une compagnie est composée de 60 soldats, 14 sous-officiers et 3 officiers; que coûte, en moyenne, au pays, chaque homme, si chaque officier reçoit $ 1500, chaque sous-officier $ 350, et chaque soldat $ 225 par an ?

QUESTIONNAIRE.

349. Qu'est-ce que la règle des moyennes ?—Dites les problèmes et les raisonnements qui suivent ?—350. Que résulte-t-il de ce qui précède ?

---

## 40me LEÇON.

### Règle de fausse position.

351. On appelle *règle de fausse position* l'opération arithmétique qui a pour objet de résoudre un problème à l'aide d'un nombre supposé. Ce nombre, pris arbitraire-

ment, sert à faire les opérations qu'indique l'énoncé de la question.

1[er] *Problème.* Trouver un nombre dont la $\frac{1}{2}$, les $\frac{2}{3}$ et les $\frac{3}{4}$ égalent 92.

*Raisonnement.* Je prends arbitrairement le nombre 36, dont on peut prendre exactement la $\frac{1}{2}$, le $\frac{1}{3}$ et le $\frac{1}{4}$, et je dis :

$$\text{La } \tfrac{1}{2} \text{ de } 36 = \tfrac{36}{2} = 18$$
$$\text{Les } \tfrac{2}{3} \text{ de } 36 = \tfrac{36 \times 2}{3} = 24$$
$$\text{Les } \tfrac{3}{4} \text{ de } 36 = \tfrac{36 \times 3}{4} = 27$$

Total, 69

Si ce nombre était celui qui est demandé, on ne pousserait pas la démonstration plus loin ; dans ce cas et dans les cas analogues, il faut poser cette proportion : Le résultat obtenu : est au résultat à obtenir :: comme le nombre supposé : est à $x$ ; et ici :

$$69 : 92 :: 36 : x = \tfrac{92 \times 36}{69} = 48.$$

En effet, le rapport qui existe entre les termes du premier rapport (69 : 92) est le même que celui qui existe entre les deux termes (36 : 48) du second ; si j'exprime ces deux rapports par deux fractions, j'aurai $\frac{69}{92} = \frac{36}{48}$, et réduites au même dénominateur, $3312 : 4416 :: 3312 : 4416 = 3 : 4 :: 3 : 4$.

Au lieu de prendre 36 pour nombre supposé, j'aurais pu prendre 24, ou tout autre nombre divisible par $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$ ; j'aurais obtenu le même résultat.

$$\text{Ainsi, la } \tfrac{1}{2} \text{ de } 24 = 12$$
$$\text{les } \tfrac{2}{3} \text{ de } 24 = 16$$
$$\text{les } \tfrac{3}{4} \text{ de } 24 = 18$$

46

J'aurais eu $46 : 92 :: 24 : x = 48$.

2ᵉ *Problème.* Un commerçant a vendu le $\frac{1}{3}$, le $\frac{1}{4}$ et le $\frac{1}{6}$ d'une pièce de velours, sur laquelle il lui reste encore 12 verges ; quelle était la longueur de cette pièce de velours ?

*Raisonnement.* Je prends le nombre 24, divisible par 3, par 4 et par 6, et je dis :

Le $\frac{1}{3}$ de $24 = \frac{24}{3} = 8$
Le $\frac{1}{4}$ de $24 = \frac{24}{4} = 6$
Le $\frac{1}{6}$ de $24 = \frac{24}{6} = 4$

18

Il est évident que la différence entre 18 et 24, c'est-à-dire 6, doit être proportionnelle à 12, différence entre les nombres inconnus ; d'où $6 : 24 :: 12 : x = 48$ verges.

La pièce de velours était de 48 verges. En effet,

Le $\frac{1}{3}$ de $48 = \frac{48}{3} = 16$ verges.
Le $\frac{1}{4}$ de $48 = \frac{48}{4} = 12$ verges.
Le $\frac{1}{6}$ de $48 = \frac{48}{6} = 8$ verges.

36 verges + 12 verges = 48 verges.

On pourrait traiter simplement le problème par les fractions, et dire : le $\frac{1}{3}$, le $\frac{1}{4}$, le $\frac{1}{6}$ réunis égalent $\frac{56}{74}$ ou $\frac{3}{4}$ ; ce qui reste, ou les 12 verges, égale donc l'autre quart ; et par conséquent $12 \times 4 = 48$.

3ᵉ *Problème.* On dit que la $\frac{1}{2}$, les $\frac{2}{3}$, les $\frac{3}{4}$, les $\frac{5}{6}$ et les $\frac{11}{12}$ d'un nombre égalent 264 ; quel est ce nombre ?

*Raisonnement.* Je suppose le nombre 36, exactement divisible par 2, par 3, par 4, par 6 et par 12. En effet,

La $\frac{1}{2}$ de $36 = \frac{36}{2} = 18 \times 1 = 18$
Le $\frac{1}{3}$ de $36 = \frac{36}{3} = 12 \times 2 = 24$
Le $\frac{1}{4}$ de $36 = \frac{36}{4} = 9 \times 3 = 27$
Le $\frac{1}{6}$ de $36 = \frac{36}{6} = 6 \times 5 = 30$
Le $\frac{1}{12}$ de $36 = \frac{36}{12} = 3 \times 11 = 33$

$132 : 264 :: 36 : x = 72.$

Le nombre cherché est 72. En effet, après avoir réduit au même dénominateur les fractions et les avoir additionnées, j'obtiens $\frac{6336}{1728}$, ou en réduisant, $\frac{88}{24}$.

La question revient donc à dire : les $\frac{88}{24}$ d'un nombre égalent 264 ; quel est ce nombre ?

Je dis : si les $\frac{88}{24}$ d'un nombre égalent 264, $\frac{1}{24}$ égalera 88 fois moins ou $\frac{264}{88}$, et les $\frac{24}{24}$ du même nombre égaleront 24 fois plus, ou $\frac{264 \times 24}{88} = 72$.

352. *Règle.* Pour trouver la solution d'une règle de fausse position, il faut multiplier le nombre supposé par le nombre proposé par la question et diviser le produit par le résultat obtenu.

**Problèmes sur la règle de fausse position.**

1° La $\frac{1}{2}$ et le $\frac{1}{3}$ d'un nombre égalent 15 ; quel est ce nombre ?

2° Les $\frac{3}{4}$, le $\frac{1}{3}$ et la $\frac{1}{2}$ d'un nombre égalent 19 ; quel est ce nombre ?

3° Quel est le nombre dont les $\frac{5}{6}$ et la $\frac{1}{2}$ égalent 40 ?

4° Quel est le nombre qui, augmenté de sa $\frac{1}{2}$, de son $\frac{1}{3}$ et de 5 unités, égale 60 ?

5° Un certain nombre d'ouvriers entreprennent un travail : au bout d'un certain temps, le $\frac{1}{3}$ cesse de travailler, puis le $\frac{1}{4}$ cesse également : de sorte qu'il n'en reste plus que 24 pour achever le travail : combien étaient-ils en premier lieu ?

6° Trois élèves ont un certain nombre de plumes : le premier en a 15 de plus que le second, et celui-ci 10 de plus que le dernier qui en a 40 : combien de plumes ont-ils chacun ?

7° Deux marchands ont ensemble 100 pièces d'étoffe :

le premier a vendu le $\frac{1}{4}$ des siennes, et le second le $\frac{1}{3}$. On demande le nombre de pièces d'étoffe qu'avaient l'un et l'autre de ces marchands, si le total des pièces vendues est de 30 pièces ?

8° On a placé $ 24000, une partie à 6 pour 100, et l'autre à 7 pour 100. Au bout de deux ans cette somme a donné un intérêt total de $ 3050 ; quelle partie a été placée à 6 et quelle partie à 7 pour 100 ?

QUESTIONNAIRE.

351. Qu'appelle-t-on règle de fausse position ?—Dites les problèmes et les raisonnements qui suivent.—352. Dites la règle pour trouver la solution d'une question de fausse position.

---

# 41me LEÇON.

—

## Règle sur les assurances.

353. Quand on possède une propriété ou que l'on exerce une industrie quelconque, il est d'usage de faire assurer cette propriété ou les objets de cette industrie. Quand un propriétaire ou un commerçant veulent faire assurer, celui-ci, les objets de son industrie, celui-la, sa propriété, ils s'adressent à une compagnie d'assurance, et l'intérêt qu'ils paient l'un et l'autre est d'autant plus élevé que l'objet qu'ils assurent court de plus grands risques.

354. On nomme *contrat d'assurance* ou *police d'assurance* l'acte intervenu entre les parties et qui garantit à l'un la valeur de la propriété assurée, à l'autre les intérêts qui résultent pour lui de l'opération.

355. On appelle *prime d'assurance*, l'intérêt que l'assuré paie à une société d'assurance pour être indemnisé

de la perte totale de la chose assurée, ou du dommage que cette chose pourrait éprouver. Ce dommage se nomme *avarie.*

356. Les opérations arithmétiques à faire sur les assurances présentent quatre cas.

1° On peut avoir à déterminer le gain d'une compagnie;

2° A quelle somme peuvent s'élever les avaries de la chose assurée;

3° A quel taux pour cent l'assurance a eu lieu;

4° Quelle est la valeur de la propriété que l'on assure.

357. *Premier cas.—Problème.* Un commerçant fait assurer le transport de $ 45000 de marchandises qui éprouvent $ 210 d'avaries; quel est le gain de la compagnie sachant que le taux est à $ 2,50 pour 100 ?

*Raisonnement.* Puisque $ 100 rapportent à la compagnie $ 2,50 de prime, $ 1 lui rapportera 100 fois moins, ou $\frac{2,50}{100}$, et $ 45000 lui rapporteront 45000 fois plus, ou $\frac{2,50 \times 45000}{100} = \$\,1125$. La prime à payer à la compagnie sera $ 1125. Mais comme il y a $ 210 d'avaries à la charge de la compagnie, elle recevra $ 1125 moins $ 210 ou $ 915.

358. *Règle.* Pour déterminer le gain d'une compagnie d'assurance, il faut diviser le taux pour 100 par 100, et multiplier le quotient trouvé par le prix de la chose assurée. Ce produit diminué de l'avarie sera le gain de la compagnie.

359. *Deuxième cas. Problème.* Après un réglement de compte, une compagnie d'assurance reçoit $ 915 de prime. On demande à quelle somme s'élèvent les avaries sachant que la chose assurée vaut $ 45000, et que le taux est $ 2,50 ?

*Raisonnement.* La prime de $ 100 étant $ 2,50, la prime de $ 1 sera 100 fois plus petite, ou $\frac{2,50}{100}$, et la prime de $ 45000 sera 45000 fois plus grande, ou $\frac{2,50}{1} \frac{45000}{0}$ = $ 1125. Mais puisque la compagnie reçoit $ 915 de prime, il est évident que la différence entre 1125 et 915 ou 1125 —915 = $ 210 sera la somme des avaries. Les avaries s'élèveront donc à la somme de $ 210.

360. *Règle.* Pour déterminer la somme des avaries, dans un cas donné d'assurance, le bénéfice de la compagnie étant donné, il faut diviser le taux pour 100 par 100, multiplier le quotient trouvé par le prix de l'objet assuré, et retrancher le bénéfice de la compagnie de la prime totale. Le résultat sera la somme des avaries.

361. *Troisième cas.— Problème.* Une compagnie d'assurance assure le transport de $ 45000 de marchandises on demande le taux pour 100 de la prime, sachant que la compagnie reçoit $ 915 de prime et que les marchandises éprouvent $ 210 d'avaries.

*Raisonnement.* Puisque la compagnie reçoit $ 915 et que les avaries s'élèvent à $ 210, il est évident que $ 915 plus $210 ou $ 1125 égalent la prime totale de $ 45000. Or, si la prime de $ 45000 est $ 1125, la prime de $ 1 sera $\frac{1125}{45000}$, et la prime de $ 100 sera $\frac{1125 \times 100}{45000}$ = $ 2,50. Le taux pour 100 de l'assurance sera donc de $ 2,50.

362. *Règle.* Pour déterminer le taux pour 100 d'une prime d'assurance, la prime accordée à la compagnie et les avaries étant données, il faut diviser le total de ces deux sommes par le prix de la chose assurée et multiplier le quotient trouvé par 100.

363. *Quatrième cas.—Problème.* Un commerçant fait assurer des marchandises qui éprouvent pour $ 210 d'avaries : quelle est la valeur de ces marchandises, sachant que

l'assuré paie $ 2,50 pour 100 de prime, et que la compagnie d'assurance perçoit une prime de $ 915 ?

*Raisonnement.* La prime d'assurance totale égale évidemment la prime accordée à la compagnie et la somme des avaries ou 915 plus 210 = $ 1125. Or, puisque la prime de $ 100 est $ 2,50, la prime de $ 1 sera $\frac{100}{2,50}$, et $ 1125 sera la prime de $\frac{100 \times 1125}{2,50} = 45000$. Le prix de de la marchandise assurée sera donc $ 45000.

364. *Règle.* Pour déterminer la valeur d'une chose assurée, la prime accordée et la somme des avaries étant données, il faut diviser 100 par le taux pour 100 et multiplier le quotient par la somme de la prime et celle des avaries.

**Problèmes sur la règle des assurances.**

1° Une propriété de $ 75000 est assurée $ 0,80 par 1000 dollars. On demande la prime d'assurance.

2° On demande la valeur d'une propriété qui est assurée pour $ 210 par an à $ 1,80 par 1000 dollars.

3° Une maison est assurée pour $ 125 par an et vaut $ 80000. Quelle est la prime d'assurance ?

4° On expédie une cargaison qui vaut $ 28000. Elle éprouve pour $ 350 d'avaries. Quelle est la prime d'assurance, sachant que la compagnie perd $ 420 ?

5° Un vaisseau fait naufrage : sa cargaison, assurée à $ 1,70 pour 100, était de la valeur de $ 9000 ; combien doit rembourser la compagnie ?

6° Un mobilier de $ 12500 est assuré $ 18 par an. Quelle est la prime d'assurance ?

7° Une compagnie a assuré à 16 pour 100 le transport sur un vaisseau de $ 42200 de marchandises ; ces marchandises ont eu 3 pour 100 d'avaries ; quel est le bénéfice de la compagnie, et à combien se montent les avaries ?

8° Un mobilier de $ 8500 est assuré pour $ 15. Quel est le taux de la prime d'assurance ?

QUESTIONNAIRE.

353. Quelles considérations avez-vous à présenter sur la question des assurances ?—354. Que nomme-t-on contrat ou police d'assurance ?—355. Qu'appelle-t-on prime d'assurance ? – 356. Combien de cas les assurances présentent-elles en arithmétique ?—357. Dites le premier cas avec le problème et le raisonnement qui suivent. – 358. Quelle règle suit-on pour déterminer le gain d'une compagnie ?—359. Dites le deuxième cas. – 360. Dites la règle qui en résulte.—361. Faites connaître le troisième cas.—362. Quelle est la règle qui en est la conséquence ?—363. Faites connaître le quatrième cas. – 364. Quelle est la règle qui en est la conséquence ?

---

## 42me LEÇON.

### Puissances et Racines des nombres.

365. On appelle *puissance* d'un nombre le résultat de la multiplication de ce nombre par lui-même pris un certain nombre de fois comme facteur.

366. La première puissance d'un nombre est ce nombre lui-même.

La deuxième puissance d'un nombre est ce nombre multiplié par lui-même. Le résultat de cette multiplication est le *carré* de ce nombre.

La troisième puissance d'un nombre est ce nombre pris trois fois comme facteur ou multiplié deux fois par lui-même. Le résultat de cette double multiplication est le *cube* de ce nombre, etc.

### Formation du carré d'un nombre.

367. Pour former le *carré* d'un nombre, il suffit de multiplier ce nombre par lui-même. Le carré des dix premiers nombres

| | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| sont : | 1 | 4 | 9 | 16 | 25 | 36 | 49 | 64 | 81 | 100 |

368. Le carré d'un nombre composé de dixaines et d'unités est formé :

1° Du carré des dizaines ;

2° Du produit répété deux fois des dizaines par les unités ;

3° Du carré des unités.

*Problème.* Trouver la surface d'un carré ayant 26 pieds :

*Raisonnement.* Il me suffirait, pour obtenir la réponse à cette question, de multiplier simplement le nombre 26 par lui-même ; j'obtiendrais $26 \times 26 = 676$ pour réponse. Mais pour justifier le principe énoncé ci-dessus, je partagerai le nombre 26 en ses dizaines 2 et ses unités 6 ; il est évident que si je multiplie tour à tour 2 et 6 par 2 d'abord, et ensuite par 6, j'obtiendrai le résultat demandé.

Or, en opérant ainsi, je trouve successivement :

| | |
|---|---|
| le carré des dizaines égale | $20 \times 20 = 400$ |
| le 1er produit des dizaines par les unités | $20 \times 6 = 120$ |
| le 2e produit des dizaines par les unités | $20 \times 6 = 120$ |
| et le carré des unités | $6 \times 6 = 36$ |
| | 676 |

Remarquons que le résultat serait semblable si l'on partageait le nombre en deux parties quelconques, 16, par exemple, en 9 et 7.

En effet, . . . . . . . . $9 \times 9 = 81$
$7 \times 9 = 63$
$9 \times 7 = 63$
$7 \times 7 = 49$
———
256

369. Le carré des nombres décimaux et des fractions décimales se forme comme celui des nombres entiers.

Remarquons seulement que ces carrés doivent avoir le double des chiffres décimaux contenus dans le nombre proposé pris deux fois comme facteur. Ainsi, le carré de 0,1 est 0,01 ; le carré de 0,01 est 0,0001 ; le carré de 0,001 est 0,000001, etc.

*Problèmes.* Dites le carré de 35,5 ; de 0,5 ; de 0,05.

| 1ère solution. | 2e solution. | 3e solution |
|---|---|---|
| 35,5 | 0,5 | 0,05 |
| 35,5 | 0,5 | 0,05 |
| 1775 | 25 | 25 |
| 1775 | | |
| 1065 | | |
| 1260,25 | 0,25 | 0,0025 |

370. Le carré d'une fraction à deux termes ou fraction ordinaire s'obtient en multipliant chacun des deux termes de la fraction par lui-même.

*Problèmes.* Dites le carré de $\frac{5}{6}$, de $\frac{7}{8}$, de $\frac{11}{12}$.

1ère solution. $\frac{5}{6} \times \frac{5}{6} =$ [illegible]

2e solution. $\frac{7}{8} \times \frac{7}{8} = \frac{49}{64}$.

3e solution. $\frac{11}{12} \times \frac{11}{12} = \frac{121}{144}$.

QUESTIONNAIRE.

365. Qu'appelle-t-on puissance d'un nombre ?—366. Quelle est la première puissance d'un nombre ? Quelle est sa deuxième puissance ?—Quelle est sa troisième puissance ?—367. Que suffit-il de faire pour former le carré d'un nombre ? - 368. De quoi est composé le carré d'un nombre ?—Dites le problème et le raisonnement qui suivent.—Quelle remarque fait-on sur le principe qui vient d'être démontré ?—369. Comment se forme le carré des nombres décimaux et des fractions décimales ?— 370. Comment forme-t-on le carré des fractions ordinaires ou à deux termes ?

---

# 43me LEÇON.

## Extraction de la racine carrée des nombres.

371. La *racine carrée d'un nombre* est le nombre qui, étant multiplié, par lui-même, reproduit le nombre proposé.

Ainsi, la racine carrée de 25 est 5, parce que 5 × 5 = 25 ; la racine carrée de 49 est 7, parce que 7 × 7 = 49.

372. Quand le nombre dont on veut extraire la racine carrée n'est composé que d'un ou de deux chiffres, l'opération ne présente aucune difficulté, cette racine n'étant que des nombres simples de 1 à 9 ; il suffit donc, pour extraire la racine de ce nombre, de connaître exactement la table de multiplication.

Ainsi, la racine carrée de 64 est 8 ; celle de 81 est 9.

373. Quand le nombre dont on veut extraire la racine carrée est composée de plus de deux chiffres, l'opération présente plus de difficulté. Dans ce cas, il faut toujours

se rappeler que le carré d'une racine de deux ou plusieurs chiffres doit contenir le carré des dizaines, le double produit des dizaines par les unités et le carré des unités.

*Problème.* Soit à extraire la racine carrée du nombre 4225.

| | |
|---|---|
| 42.25 | 65 |
| 36 | |
| 62.5 | 12.5 |
| 62 5 | 5 |
| 00 0 | 62 5 |

J'écris le nombre 4225 en le partageant en tranches de deux chiffres à partir de la droite, et je dis : le plus grand carré contenu dans 42 est 36 dont la racine carrée est 6 ; j'écris 6 à la droite de 4225 en le séparant de ce nombre par une ligne verticale ; je fais le carré de 6 ($6 \times 6 = 36$), que j'écris sous 42 ; je fais la soustraction, et j'obtiens pour reste 6, à côté duquel je descends 25, ce qui me donne 62.5 que j'écris en mettant un point entre 62 et 5 ; je double la racine 6, et j'obtiens 12 que j'écris à la droite de 62.5 ; je divise 62 par 12 et j'obtiens 5 que j'écris à côté de la racine 6. Si j'écris maintenant le dernier chiffre 5 de la racine à côté de 12, double de la racine des dizaines, j'aurai 125, et si je multiplie 125 par 5, j'aurai $125 \times 5 = 625$ ; je retranche ce nombre de 625, sur lequel j'opérais, et j'ai pour reste zéro.

*Raisonnement.* Puisque le nombre 4225 est compris entre 10000 et 100, carré de 100 et de 10, sa racine est comprise entre 100 et 10 ; je conclus de là qu'elle aura des dizaines et des unités, c'est-à-dire qu'elle sera composée de deux chiffres ; et comme un carré de dizaines ne peut jamais donner qu'un certain nombre de centaines, je sépare, par un point, le nombre 4225 en tranches de deux

chiffres chacune 42 et 25. Je cherche ensuite le plus grand carré contenu dans 42 ; ce plus grand carré est 36, d'où j'extrais la racine 6 que j'écris où j'écrirais le diviseur d'une division, en le séparant par une ligne verticale de son dividende.

Pour obtenir à la racine le chiffre, des unités, je fais le carré des 6 dizaines de la racine, et je le retranche des 42 centaines qui forment la première tranche de gauche ; j'obtiens pour reste 6, à côté duquel j'abaisse la tranche 25 ; ce qui me donne 625 que j'écris en séparant par un point le dernier chiffre à droite 5.

Après avoir retranché le carré des dizaines de 4225, il ne doit plus rester dans 62.5 que le double produit des dizaines par les unités et le carré des unités ; or, les dizaines de la racine sont 6 ; je double donc cette racine, et par 12 ainsi obtenu que j'écris à la droite de 62.5, je divise 62, produit de deux facteurs dont l'un est le double des dizaines déjà connues et l'autre les unités cherchées ; cette division me donne 5, que j'écris à la racine à la droite de 6.

Pour justifier l'exactitude des nombres de la racine, j'abaisse, à la droite de 12, le nombre 5 des unités ; je multiplie 125 par 5, et j'obtiens juste le double produit des dizaines par les unités et le carré des unités, ou 62.5 que je retranche de 625. J'ai zéro pour reste. En effet, en multipliant 12 par 5, je fais le double produit des dizaines par les unités ; et en multipliant 5 par 5, je fais le carré des unités ; et puisque 62.5, duquel je retranche ces deux produits, n'est composé lui-même, si le carré est parfait, que de deux produits semblables, la soustraction faite, il ne doit rien rester.

**374.** Quand le nombre dont on veut extraire la racine

carrée est composé de plus de quatre chiffres, l'opération se fait de même en ayant soin de partager le nombre en tranches de deux chiffres ; la dernière tranche, à gauche, peut n'en avoir qu'un. Le nombre de tranches indique toujours le nombre de chiffres de la racine.

375. Il résulte de ce qui vient d'être dit que, pour extraire la racine carrée d'un nombre entier quelconque, il faut, après avoir partagé ce nombre en tranches de deux chiffres en commençant par la droite :

1° Extraire la plus grande racine carrée de la première tranche à gauche, racine que l'on écrit à la place réservée au diviseur d'une division, faire le carré de cette racine, et soustraire ce carré de la première tranche ; abaisser la tranche suivante à la droite du reste de cette soustraction ; prendre le double de la racine trouvée et l'écrire en regard du nombre abaissé ;

2° Après avoir séparé par un point le chiffre à droite du nombre formé du reste de la soustraction et de la tranche abaissée, il faut diviser la partie à gauche du point par le double de la racine, écrire le quotient trouvé d'abord à droite du diviseur, puis au-dessous comme multiplicateur ; effectuer le produit, et le soustraire du nombre entier d'où on a tiré le dividende ; si la soustraction est impossible, diminuer le chiffre du quotient d'une unité ou de plusieurs jusqu'à ce que le résultat des mêmes opérations amène une soustraction possible ; écrire alors le chiffre ainsi vérifié à la droite des dizaines de la racine précédemment obtenues ; abaisser à côté du nouveau reste la tranche suivante, s'il y en a, et opérer de même jusqu'à ce que toutes les tranches aient été abaissées.

Si l'opération se fait sans reste, le nombre proposé et dit carré parfait, et la racine est dite exacte ; s'il y a un reste, la racine est exacte à une unité près. Dans ce cas,

le nombre proposé n'est pas un carré parfait, et l'on peut continuer l'extraction de la racine qui renfermera une partie décimale ; pour cela, on supposera à la droite du nombre autant deux fois deux zéros que l'on voudra avoir de chiffres décimaux, et on les abaissera deux par deux à côté des restes successifs.

376. Pour extraire la racine carrée d'un nombre décimal ou d'une fraction décimale, il faut opérer comme sur les nombres entiers, pourvu que le nombre dont on voudra extraire la racine carrée ait une fois plus de chiffres décimaux qu'on veut avoir de décimales à la racine demandée : on y supplée par des zéros s'il en a moins, et on néglige ceux qui seraient en excédant.

377. Pour extraire la racine carrée d'une fraction à deux termes, il faut extraire la racine du numérateur, puis celle du dénominateur ; si le dénominateur n'était pas un carré parfait, il faudrait multiplier les deux termes de la fraction par le dénominateur, puis extraire la racine carrée des deux termes de la nouvelle fraction dont le dénominateur serait alors un carré parfait. Dans le cas où le numérateur ne pourrait donner une racine exacte, la racine de cette fraction ne serait qu'approximative. On pourrait, dans ce cas, réduire la fraction à deux termes en une fraction décimale et opérer comme on l'a déjà fait. (nº. 159).

QUESTIONNAIRE.

371. Qu'appelle-t-on racine carrée d'un nombre ?—372. Qu'arrive-t-il quand le nombre dont on veut extraire la racine carrée n'est composé que d'un ou de deux chiffres ? —373. Quand ce nombre est composé de plus de deux chiffres, qu'arrive-t-il alors ?—Dites le problème et le raisonnement qui suivent.—Que fait-on pour obtenir les dizaines et les unités de la racine carrée ?—Que faites-

vous pour justifier l'exactitude des chiffres trouvés à la racine ?—374. Comment se fait l'opération si le nombre dont on veut extraire la racine carrée avait plus de quatre chiffres ?—375. Que résulte-t il de ce qui vient d'être dit ?—376. Que faut-il faire pour extraire la racine carrée d'un nombre décimal ou d'une fraction décimale ?—377. Que faut-il faire pour extraire la racine carrée d'une fraction à deux termes ?

---

## 44me LEÇON.

### Formation du cube d'un nombre.

378. On appelle *cube d'un nombre* le produit de ce nombre pris trois fois comme facteur, c'est-à-dire ce nombre multiplié deux fois par lui-même.

Ainsi le cube de 8 est $8 \times 8 \times 8 = 512$.

379. Les cubes des dix nombres suivants :

| | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10, |
| sont | 1 | 8 | 27 | 64 | 125 | 216 | 343 | 512 | 729 | 1000. |

380. Le cube d'un nombre quelconque de plus de deux chiffres se compose :

1° Du cube des dizaines ;

2° Du carré des dizaines multipliées par les unités, répété trois fois ;

3° Des dizaines multipliées par le carré des unités, répété trois fois ;

4° Du cube des unités.

381. Le cube d'un nombre est facile à trouver ; il suffit, pour cela, de le multiplier par lui-même, et de multiplier ensuite le produit par le même nombre.

*Problème.* On veut obtenir le cube de 24 ; quel sera-t-il ?

*Raisonnement.* En multipliant 24 par 24, j'obtiendrai $24 \times 24 = 576$ ; et en multipliant 576 par 24, j'aurai $576 \times 24 = 13824$.

Mais pour justifier le principe énoncé, je dois chercher : 1° le cube des dizaines ; 2° le carré des dizaines multiplié par les unités, et répéter ce résultat trois fois ; 3° les dizaines multipliées par le carré des unités, et répéter aussi ce résultat trois fois ; 4° le cube des unités. Or, en décomposant le nombre 24 en dizaines et en unités, j'aurai 20 pour dizaines, et 4 pour unités.

Le cube des dizaines est égal à

$$(20 \times 20 \times 20).$$

Le carré des dizaines multiplié par les unités est égal à

$$(20 \times 20 \times 4) ;$$

Les dizaines multipliées par le carré des unités sont égales à

$$(20 \times 4 \times 4) ;$$

Le cube des unités est égal à

$$(4 \times 4 \times 4).$$

En effectuant,

$20 \times 20 \times 20 = 8000$, cube des dizaines ;
$20 \times 20 \times 4 \times 3 = 4800$, triple produit du carré des dizaines par les unités ;
$20 \times 4 \times 4 \times 3 = 960$, triple produit des dizaines par le carré des unités ;
$4 \times 4 \times 4 = 64$, cube des unités.

Somme égale 13824.

382. Le cube d'un nombre décimal ou d'une fraction décimale s'obtient comme celui d'un nombre entier ; mais

remarquons que le nombre de décimales sera nécessairement triple de celui qui renferme le nombre dont on veut obtenir le cube. Ainsi le cube de 0,1, est 0,001 ; de 0,01, est 0,000001 ; celui de 0,001, est 0,000000001, etc.

*Problèmes.* Dites le cube des nombres 21,5 et 0,15.

```
   21,5          0,15
   21,5          0,15
  -----         -----
   1075            75
   215             15
  430           -----
  -----        0,0225
  4,6225         0,15
   21,5        ------
 -------         1125
 231125          225
  46225      --------
 92450       0,003375
 --------
 9,938375
```

383. Le cube d'une fraction à deux termes s'obtient en prenant chacun des deux termes trois fois comme facteurs, c'est-à-dire en faisant le cube du numérateur et le cube du dénominateur.

*Problèmes.* Dites le cube des fractions $\frac{3}{4}$ et $\frac{5}{6}$.

$\frac{3}{4} \times \frac{3}{4} \times \frac{3}{4} = \frac{27}{64}$. $\frac{5}{6} \times \frac{5}{6} \times \frac{5}{6} = \frac{125}{216}$.

QUESTIONNAIRE.

378. Qu'appelle-t-on cube ?—379. Quels sont les cubes des dix premiers nombres ?—380. De quoi se compose le cube d'un nombre quelconque ?—381. Que suffit-il de faire pour trouver le cube d'un nombre ?—Dites le problème et le raisonnement du paragraphe 381.—382. Comment s'obtient le cube d'un nombre décimal ou d'une

fraction décimale ? — 383. Comment s'obtient le cube d'une fraction ordinaire ou à deux termes ?

## 45me LEÇON.

### Extraction de la racine cubique des nombres.

384. On appelle *racine cubique d'un nombre* le nombre qui, multiplié deux fois par lui-même, reproduit le nombre proposé.

Ainsi, la racine cubique de 512 est 8 ; en effet, 8 × 8 × 8 = 512.

*Premier problème.* Soit à extraire la racine cubique de 157464.

*Opération :*

| | |
|---|---|
| 157.464 | 54 |
| 125 | |
| 324.64 | 75 |
| 324.64 | 30000 |
| | 2400 |
| 000.00 | 64 |
| | 32464 |

J'écris le nombre proposé suivi d'une ligne verticale, et après l'avoir partagé en tranches de trois chiffres, je cherche la racine cubique contenue dans la tranche 157 à gauche du nombre ; le plus grand cube contenu dans 157 est 125, dont la racine cubique est 5 (5 × 5 × 5 = 125), que j'écris où j'écrirais le quotient d'une division, place désignée pour la racine. Je fais le cube de 5 et je l'écris sous la tranche d'où il vient d'être extrait ; je l'en retranche, et j'écris à côté du reste 32 la deuxième tranche 464 ; ces deux parties de 157464 me donnent donc 32464. Je sépare par un point les deux chiffres 64

de ce nombre, et je divise la tranche 324 par le triple carré des 5 dizaines trouvées à la racine (5 × 5 + 5 × 5 + 5 × 5 = 75), que j'ai écrit préalablement à la droite du nombre que je divise ; j'obtiens 4 au quotient, que j'écris à la droite de 5, premier chiffre de la racine. Mais pour savoir si ce chiffre 4 est bien celui que je cherche, je dois trouver dans 32464 les quatre parties qui constituent le cube de tout nombre, moins le cube des dizaines, puisque ces dizaines ont été l'objet de la première extraction, c'est-à-dire : 1° le carré des dizaines multiplié par les unités répété trois fois ; 2° les dizaines multipliées par le carré des unités répété trois fois ; et 3° le cube des unités. Or, le carré des dizaines multiplié par les unités, répété trois fois, égale

| | | |
|---|---|---|
| | 50 × 50 × 4 × 3 = | 30000 |
| les dizaines multipliées par le carré des unités, répété trois fois, égale | 50 × 4 × 4 × 3 = | 2400 |
| le cube des unités égale | 4 × 4 × 4 = | 64 |
| Ces trois parties réunies égalent donc | | 32464 |

Or, si je le retranche du nombre d'où je viens d'extraire le chiffre des unités, il ne restera rien. La racine cubique est donc bien 54. En effet, si les trois quantités 30000, 2400 et 64 représentent les trois dernières quantités contenues dans le cube de 54 ou 157464, le cube des dizaines doit nécessairement contenir la première partie ; et si j'additionne ces quatre parties, je dois retrouver le cube de 54. Or le cube des dizaines de 54

| | | |
|---|---|---|
| égale | 50 × 50 × 50 = | 125000 |
| Le total des trois autres parties égale | | 32464 |
| | | 157464 |

Et en multipliant 54 deux fois par lui-même, nous aurons :

```
     54
     54
   ----
    216
   270
   ----
   2916
     54
  -----
  11664
 14580
 ------
 157464
```

*Raisonnement.* Puisque le nombre proposé est plus fort que 1000 et moins fort que 1000000, cubes de 10 et de 100, il est certain que sa racine cubique sera plus forte que 10 et moins forte que 100, c'est-à-dire qu'il sera composé de deux chiffres ; or, étant donné le cube d'un nombre de deux chiffres, le cube des dizaines ne peut se trouver que dans un nombre composé de mille ; je sépare donc, par un point, la tranche des mille de la tranche des unités. Cela fait, je cherche, dans la tranche des mille, à gauche, le plus grand cube qui y est contenu, je trouve 125 ; et après en avoir extrait la racine cubique 5, que j'écris où serait le diviseur dans une division, je pose le cube 125 sous la tranche même qui me l'a donné, j'effectue la soustraction, et j'abaisse à côté du reste 32 la tranche des unités 464, ce qui me donne 32464, que j'écris en séparant les deux derniers chiffres par un point.

Il est bien évident que 5 est bien la racine cubique de 157, puisqu'il est extrait de la première partie des quatre que doit renfermer tout nombre dont on veut extraire la racine cubique. Par conséquent, le nombre 32464 doit contenir les trois autres parties. Je cherche le carré des dizaines, et puisque ce carré ne peut se trouver que dans

un nombre de centaines, je sépare, par un point, comme comme je l'ai dit plus haut, les deux chiffres à droite, ou 64 ; il reste 324 ; je divise ce nombre par le carré des dizaines écrit à la racine et répété trois fois, ou 75, après avoir eu soin de l'écrire à la droite du nombre auquel il sert de diviseur. Cette division me donne 4 pour quotient, que j'écris à la droite du premier chiffre 5 trouvé à la racine. La racine cubique de 157464 est donc 54.

Pour m'assurer de l'exactitude de ce nombre, j'en fais le cube, et j'obtiens $54 \times 54 \times 54 = 157464$. En effet, puisque le premier chiffre de la racine est la racine cubique des mille, ou 125000, le reste du nombre, ou $157464 - 125000 = 32464$, doit contenir : 1° le carré des dizaines multiplié par les unités multipliées par trois, ou $50 \times 50 \times 4 \times 3 = 30000$ ; 2° les dizaines multipliées par le carré des unités multipliées par trois, ou $50 \times 4 \times 4 \times 3 = 2400$ ; et 3° le cube des unités, ou $4 \times 4 \times 4 = 64$. Le cube de 54 sera effectivement $125000 + 30000 + 2400 + 64 = 157464$, comme 54 est exactement la racine cubique de 157464.

*Deuxième problème.* Quelle est la racine cubique de 152273304 ?

| | |
|---|---|
| 152.273.304 | 534 |
| 125 | |
| 272.73 | 75.3 |
| 238.77 | |
| 33963.04 | 8427.4 |
| 33963.04 | |
| 0 | |

*Raisonnement.* Après avoir écrit le nombre proposé, si je le partage en tranches de trois chiffres, je vois que j'aurai trois chiffres à la racine, puisque j'ai trois tranches.

Je cherche le plus grand cube de la première tranche à gauche, 152 ; ce plus grand nombre est 125 ; je l'écris sous cette première tranche, et j'extrais de ce cube la racine cubique, qui est 5 ; après l'avoir écrite à la droite du nombre, je retranche 125 de 152, et j'abaisse à côté du reste 27 la deuxième tranche 273 : j'obtiens le nombre 27273, dont je sépare les deux derniers chiffres par un point.

Pour extraire la racine de 272, je fais le carré des dizaines répété trois fois, $5 \times 5 \times 3 = 75$, que j'écris à la droite de 272.73 ; je divise ce dernier nombre par 75, et j'obtiens pour quotient 3, que j'écris un peu à droite de 75 ; puis, faisant la somme du triple carré des dizaines multipliées par les unités, des triples dizaines multipliées par le carré des unités, et du cube des unités, ou ($50 \times 50 \times 3 \times 3$) 22500 + ($50 \times 9 \times 3$) + ($3 \times 3 \times 3$) 27 = 23877 ; je retranche ce nombre de 27273 ; j'obtiens pour reste 3396, à côté duquel j'abaisse la tranche 304, ce qui me donne 3396304 ; j'écris donc 3, second chiffre de la racine, à côté du premier 5.

Après avoir séparé par un point les deux derniers chiffres de 3396304, je divise 33963 par le triple carré des dizaines de la racine ($53 \times 53 \times 3 = 8427$) que j'écris à la place d'un diviseur de ce nombre ; puis ayant obtenu 4, je l'écris un peu à droite de 8427 ; opérant ensuite comme précédemment, je fais le triple carré des dizaines par les unités ($530 \times 530 \times 3 \times 4$), les triples dizaines par le carré des unités ($530 \times 4 \times 4 \times 3$), et le carré des unités ($4 \times 4 \times 4$), et ayant obtenu $3370800 + 25440 + 64 = 3396304$, je retranche ce nombre de celui qu'on a obtenu en abaissant la dernière tranche, et j'ai pour reste 0 ; le chiffre 4 de la division de 33963 par 8427 est le troisième chiffre de la racine cubique, et après l'avoir écrit à la

droite de 53, je vois que la racine cubique de 152273304 est 534.

En effet, ce nombre doit contenir et contient réellement les quatre parties dont est composé tout cube d'un nombre de deux ou plusieurs chiffres, ces quatre parties additionnées doivent donc reproduire le cube de cette racine.

Si je recherche ces quatre parties, j'aurai

| | | |
|---|---|---|
| 1° Pour le cube des dizaines, | 530 × 530 × 530 = | 148877000 |
| 2° Pour le triple carré des dizaines par les unités | 530 × 530 × 3 × 4 = | 3370800 |
| 3° Pour le triple produit des dizaines par le carré des unités | = | 25440 |
| 4° Pour le cube des unités | = | 64 |
| | | 152273304 |

385. Il résulte de ce qui vient d'être dit, que pour extraire la racine cubique d'un nombre, il faut, après l'avoir partagé en tranches de trois chiffres, à commencer par la droite :

1° Prendre le plus grand cube de la première tranche de gauche, en extraire la racine cubique, et l'écrire à la place réservé au diviseur d'une division ; puis soustraire le cube trouvé de la tranche qui l'a donné et abaisser à côté du reste la tranche suivante ; ce reste et cette tranche forment une nouvelle quantité ou nombre dont on sépare les deux chiffres à droite par un point.

2° Faire le triple carré des dizaines de la racine, et après l'avoir écrit à la droite du nombre formé du reste de la soustraction et de la tranche abaissée, diviser par lui la partie à gauche du point ; écrire le quotient un peu à droite du diviseur qui vient de le donner, puis faire

la somme du triple carré des dizaines par les unités, du triple produit des dizaines par le carré des unités et du cube des unités, et retrancher cette somme du nombre total dont le diviseur faisait partie; si la soustraction est impossible, diminuer successivement le quotient d'une, de deux, de trois, etc., unités, jusqu'à ce qu'on puisse soustraire; écrire le quotient ainsi obtenu et vérifié à la droite du premier chiffre de la racine, et abaisser à côté du reste la tranche suivante en séparant par un point les deux derniers chiffres de droite.

3° Faire le triple carré des deux chiffres de la racine déjà trouvés, et continuer l'opération de la même manière qu'il vient d'être dit, jusqu'à ce que toutes les tranches aient été employées.

386. S'il y avait un reste après la dernière soustraction, et que ce reste égalât trois fois le carré de la racine, plus trois fois ce nombre, plus l'unité, la racine serait trop faible : ce qui proviendrait de quelque erreur dans le calcul. Il faudrait alors vérifier l'opération.

387. S'il y avait un reste moindre que le nombre que nous venons de dire, la racine serait exacte à une unité près, c'est-à-dire à moins d'une unité. Dans ce cas, on pourrait continuer l'opération, en écrivant à la droite du dernier reste trois zéros, pour obtenir la racine à un dixième près; puis encore trois zéros à côté du nouveau reste, pour l'obtenir à un centième près, etc., c'est-à-dire pour obtenir un, deux, etc., chiffres décimaux.

388. Pour extraire la racine cubique d'un nombre décimal, on opère comme pour extraire la racine cubique d'un nombre entier, en observant que le nombre décimal dont on veut extraire la racine cubique doit avoir trois fois plus de chiffres décimaux que celui dont on cherche la

racine ; on ajouterait des zéros, s'il en avait moins, ou on négligerait ceux qui seraient en excédant.

389. Pour extraire la racine cubique d'une fraction à deux termes, il faut extraire la racine cubique de chacun de ses deux termes. Si le dénominateur n'était pas un cube parfait, il faudrait multiplier les deux termes de la fraction par le carré du dénominateur, ce qui rendrait évidemment le dénominateur cube parfait, et extraire ensuite la racine. Si après cela l'extraction de la racine cubique du numérateur ne pouvait avoir lieu exactement, la racine ne pourrait être qu'approximative.

QUESTIONNAIRE.

384. Qu'appelle-t-on extraction cubique d'un nombre ? —Dites le problème et le raisonnement qui suivent. Même question.—385. Que résulte-t-il de ce qui vient d'être dit ?—386. S'il y avait un reste après la dernière soustraction et que ce reste égalât trois fois le carré de la racine, plus trois fois ce nombre, plus l'unité, qu'arriverait-il ? —387. Qu'arriverait-il s'il y avait un reste moindre que celui que nous venons de dire ? —388. Comment opère-t-on pour extraire la racine cubique d'un nombre décimal ? —389. Comment fait-on pour extraire la racine cubique d'une fraction à deux termes ?

## 46me LEÇON.

### Progressions.

390. On appelle *progression* une suite de nombres tels que chacun d'eux soit égal au produit du précédent par un nombre constant.

391. Il y a deux sortes de progressions, de même qu'il y a deux sortes de rapports : la progression *par différence* et la progression *par quotient*.

Progression par différence : ÷2.4.6.8.10.12.
Progression par quotient : ∺3:6:12:24:48.

392. On dit qu'une progression est *croissante* quand ses termes vont en augmentant ; on dit qu'elle est *décroissante* quand les termes qui la composent vont en diminuant.

393. On appelle *raison de la progression par différence* la différence consécutive entre chacun de ses termes et celui qui le précède. Dans la progression par différence ci-dessus la raison est 2. En effet, $4-2=2$ ; $6-4=2$ ; $8-6=2$, etc.

394. On appelle *raison de la progression par quotient* le résultat de chacun de ses termes divisé par celui qui précède. Dans la progression par quotient ci-dessus, la raison est 2.

Effectivement, $\frac{6}{3}=2$ ; $\frac{12}{6}=2$ ; $\frac{24}{12}=2$.

395. La progression par différence est précédée d'un petit trait horizontal placé entre deux points ÷, et chacun de ses termes est séparé de l'autre par un point. On l'énonce en disant : 2 est à 4 comme 4 est à 6, comme 6 est à, etc., ou : soit la progression 2 est à 4 est à 6, etc.

396. La progression par quotient est précédée par un petit trait placé entre quatre points ∺, avec deux points : entre chacun de ses termes ; on l'énonce comme la progression par différence.

## Progression par différence.

397. Chaque terme de la progression par différence est composé du premier, plus autant de fois la raison qu'il y a de termes précédents si la progression est croissante, ou moins autant de fois la raison qu'il y a de termes avant lui si la progression est décroissante.

Dans la progression croissante

$\div 2.4.6.8.10.12.14.16.18.20,$

le deuxième terme 4 est composé du premier, 2, plus de la raison qui est 2 ; $2+2=4$ ; le troisième terme 6 est composé du premier, plus autant de fois la raison 2 qu'il y a de termes précédents : $2+2+2=6$ ; le quatrième 8 est composé du premier et d'autant de fois la raison, etc. ; enfin le dixième est composé du premier plus de neuf fois la raison, puisqu'il y a neuf termes avant lui : $2+2+2+2+2+2+2+2+2+2=20$.

Dans la progression décroissante

$\div 20.18.16.14.12.10.8.6.4.2,$

le deuxième terme 18 est composé du premier terme moins la raison 2, soit $20-2=18$ ; le troisième terme 16 est composé du premier moins deux fois la raison : $20-(2+2)=16$ ; et le dixième est composé du premier moins neuf fois la raison : $20-(2+2+2+2+2+2+2+2+2)=2$.

398. Il résulte de ce qui précède :

1° Que pour obtenir un terme donné d'une progression par différence quelconque, quand on connaît le premier terme et la raison, il faut multiplier la raison de cette progression par le nombre de termes précédant celui que l'on cherche ; puis l'ajouter au premier terme si la progression est croissante, ou l'en retrancher si elle est décroissante.

Soit la progression $\div 2.\ 4.\ 6.$, etc., ci-dessus, dont le huitième terme est 16 ; ceux qui le précèdent sont au nombre de sept (2. 4. 6. 8. 10. 12. 14) ; si je multiplie ce nombre de termes 7 par la raison 2, j'obtiendrai 14, et

si j'ajoute à 14 le premier terme de la progression, j'obtiendrai :

$$7 \times 2 = 14 ; \ 14 + 2 = 16, \text{ nombre cherché.}$$

Soit le progression décroissante ÷ 20. 18. 16., etc., ci-dessus, dont le huitième terme est 6 ; ceux qui précèdent sont au nombre de 7 (20. 18. 16. 14. 12. 10. 8) ; si je multiplie ce nombre 7 par la raison 2, j'obtiendrai 14 ; et si je retranche 14 du premier terme 20, j'aurai :

$$20 - (7 \times 2) = 6, \text{ nombre cherché.}$$

2° Que pour obtenir le premier terme d'une progression par différence dont on connaît le dernier terme et la raison, il faut retrancher de ce dernier terme le produit de la raison multipliée par le nombre de termes qui précèdent, si la progression est croissante ; le reste sera le premier terme ; ou ajouter le produit au dernier terme si la progression est décroissante.

Soit la progression croissante déjà indiquée. Le dernier terme de cette progression est 20, les termes qui précèdent sont au nombre de 9 et la raison est 2. Si je multiplie cette raison 2 par 9, nombre de termes précédents, et si je retranche le produit trouvé 18 du dernier terme 20, j'aurai :

$$20 - (9 \times 2) = 2, \text{ premier terme.}$$

Soit encore la même progression décroissante, aussi indiquée. Si je multiplie le même nombre de termes 9 par la raison 2, et si j'ajoute au résultat le dernier terme 2, j'obtiendrai :

$$20 = 2 \times 9 + 2 = 20, \text{ premier terme.}$$

3° Que pour obtenir la raison de toute progression par différence, il faut prendre la différence des deux termes

connus et diviser cette différence par le nombre de termes compris entre eux, plus l'unité.

Soit toujours la progression précédente. Si je retranche 2 de 20 et si je divise le reste 18 par le nombre de termes compris entre eux plus 1, j'obtiendrai :

$$\frac{20-2}{8+1}=2, \text{ raison de la progression.}$$

399. Le premier et le dernier terme de toute progression par différence donnent la même somme que le deuxième et l'avant dernier ; le troisième, etc.

$$2+20=22$$
$$4+18=22$$
$$6+16=22$$
$$8+14=22$$
$$10+12=22$$

En effet, 2, premier terme, plus 20, dernier terme, donnent 22 ; 4, deuxième terme, plus 18, avant dernier, donnent 22, etc. ; cela résulte de la transmission de la raison d'un terme sur un autre : 4 égale le premier terme 2 augmenté de la raison 2, et 18 égale le dernier 20 diminué de la raison 2 ; la deuxième somme doit donc être égale à la première composée de 2 + 20 ; 6 égale le premier terme 2 augmenté deux fois de la raison 2, et 16 égale le dernier terme 20 diminué deux fois de la raison 2 ; la troisième somme doit donc être égale à la première composée de 2 + 20, et à la deuxième composée de 4 + 18, etc.

**Progression par quotient.**

400. Tout terme d'une progression par quotient est composé du premier terme multiplié par la raison élevée à une puissance égale au nombre de termes qui précèdent.

Soit proposée la progression ∺ 3 : 6 : 12 : 24 : 48 : 96 : 192. La raison de cette progression est $\frac{6}{3}=2$. Si je veux trouver le quatrième terme 24, je le compose du premier 3 multiplié par la raison 2 élevée à la troisième puissance, c'est-à-dire multiplié par le produit du nombre des termes qui précèdent celui que je veux trouver, et j'obtiens, en effet :

$3 \times 2 \times 2 \times 2 = 24$, quatrième terme de la progression.

Si j'en voulais trouver le sixième, je multiplierais le premier par la raison élevée à la cinquième puissance ; j'aurai :

$3 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 96$, sixième terme de la progression.

401. Il résulte de ce qui précède :

1° Que pour obtenir un terme quelconque de toute progression par quotient, dont on connait le premier et la raison, il faut multiplier ce premier terme par autant de fois la raison qu'il y a de termes avant celui que l'on veut obtenir.

Soit la progression ∺ 4 : 8 : 16 : 32 : 64 : 128, dont le premier terme est 4 et la raison $\frac{8}{4}=2$. Si je veux obtenir le cinquième terme, je multiplie le premier terme par la raison autant de fois qu'il y a de termes avant lui, et j'aurai :

$4 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 64$, cinquième terme de la progression.

2° Que pour obtenir le premier terme d'une progression par quotient quand on connaît un de ses termes et la raison, il faut diviser le terme connu par la raison multipliée par elle-même autant de fois qu'il y a de termes avant celui qui est connu :

Soit la progression précédente ∺ 4 : 8 : 16 : 32 : 64 : 128 dont le cinquième terme est 64 et la raison 2 ; si je veux

obtenir le premier terme connaissant le cinquième, je divise ce cinquième terme par la raison multipliée par elle-même autant de fois qu'il y a de termes qui précédent; j'aurai donc $\frac{64}{2 \times 2 \times 2 \times 2} = 4$, premier terme de la progression.

3° Que pour obtenir la raison d'une progression par quotient dont deux termes sont connus, il faut diviser le plus grand par le plus petit, et extraire du quotient une racine qui est indiquée par le nombre de termes compris entre les deux termes connus plus l'unité.

Soit la progression précédente dont je prends le troisième et le sixième termes. Si je divise le plus grand 128 par le plus petit 16, j'obtiendrai $\frac{128}{16} = 8$, dont la racine cubique est 2, qui est la raison de la progression. Le nombre 128 n'est en effet autre chose que le produit du petit terme 16 multiplié par le cube de la raison, c'est-à-dire par la raison élevée à sa troisième puissance. En effet, $16 \times 2 \times 2 \times 2 = 128$.

402. Pour obtenir la somme des termes de toute progression par quotient, il faut multiplier le dernier terme de cette progression par la raison, retrancher du produit trouvé le premier terme et diviser le reste par la raison diminuée de l'unité.

Soit la progression précédente dont le dernier terme est 128, le premier 4 et la raison 2. Si j'opère comme il vient d'être dit, j'aurai :

$$\frac{(128 \times 2) - 4}{2 - 1} = 252.$$

En effet, $4 + 8 + 16 + 32 + 64 + 128 = 252$.

403. En multipliant chaque terme d'une progression par

quotient croissante par le terme correspondant de la même progression décroissante; on obtient autant de produits égaux qu'il y a de termes dans la progression proposée.

Soient les deux progressions suivantes :

Progression croissante ∺ 4 : 8 : 16 : 32 : 64 : 128.
Progression décroissante ∺ 128 : 64 : 32 : 16 : 8 : 4
Produits : 512,512,512,512,512,512.

Cela doit être ainsi. En effet, si 512 est le produit des facteurs 128 et 4, il doit être aussi le produit des facteurs 64 et 8, car si 8 est égal à 4 + 4, 64 est égal à 128—64 ; et si 16 est égal à 4 + 4 + 4 + 4, 32 est égal à 128—32 + 32 + 32 ; en d'autres termes, si chaque facteur multiplicande devient une fois plus grand à mesure que nous avançons d'un rang vers la droite, chaque facteur multiplicateur devient une fois plus petit ; tous les produits doivent donc être semblables.

QUESTIONNAIRE.

390. Qu'appelle-t-on progression ?— 391. Combien y a-t-il de sortes de progressions ? Ecrivez ou dites deux progressions.—392. Quand dit-on qu'une progression est croissante ?—393. Qu'appelle-t-on raison de la progression par différence ?—394. Dites la raison de la progression par quotient.—395. Quel signe précède la progression par différence ?—396. La progression par quotient ?—397. De quoi est composé chaque terme de la progression par différence ?—Expliquez la composition de chaque terme de la progression ÷ 2.4.6, etc. De la progression ÷ 20.18.16, etc.—398. Que résulte-t-il de ce qui précède ? Expliquez la progression décroissante ÷ 20.18.16, etc.—399. Qu'avez-vous à dire du premier et du dernier terme de toute progression par différence relativement à leur somme ?—400. De quoi est composé chaque terme de toute progres-

sion par quotient ?—401. que résulte-t-il de ce qui précède ?—402. Que faut-il faire pour obtenir la somme des termes de toute progression par quotient ?—403. Qu'obtient-on en multipliant chaque terme d'une progression par quotient croissante par le terme correspondant de la même progression par quotient décroissante ?



## NOTIONS USUELLES

# SUR LE COMMERCE.

---

### Du commerce en général.

Les principaux signes représentatifs du commerce sont les marchandises et le numéraire ou argent monnayé. L'action d'échanger continuellement la première de ces deux valeurs contre la seconde s'appelle *échange* et constitue le commerce.

Le commerce est donc l'ensemble des opérations ou transactions que l'on fait avec les produits du sol ou les objets fabriqués par l'industrie contre du numéraire.

Au moment de l'acte commercial, de la vente ou de l'achat, la première de ces deux valeurs, la marchandise est toujours réelle, c'est-à-dire présente; la seconde, le numéraire, n'est le plus souvent que fictive, c'est-à-dire représentée, soit par une promesse verbale, soit par une promesse écrite.

La valeur des produits, marchandises brutes ou manufacturées, est en raison inverse de leur quantité ; en d'autres termes, plus ces produits sont abondants, moins la valeur en est élevée, et réciproquement. Il en est ainsi du numéraire.

Le commerce ou l'échange a dû exister de tout temps, à l'origine même de la société ; mais alors il n'avait pas, il ne pouvait point avoir le caractère qu'il a eu plus tard : tout se bornait, entre les individus d'une même contrée, à s'entr'aider mutuellement dans leurs besoins récipro-

ques ; les échanges n'étaient sans doute que des services rendus, services qui devenaient obligatoires pour ceux qui les avaient acceptés.

Plus tard, la population s'étant multipliée, les besoins ont dû se développer dans une proportion identique : c'est alors que l'industrie a pris naissance, et que le commerce, jusqu'alors restreint à des actes isolés et n'ayant entre eux aucune cohésion, a pris ce caractère d'unité et d'universalité qui depuis a tendu constamment à se développer.

Ainsi et en principe, les échanges ont dû avoir lieu entre individus d'un même lieu ; ensuite, de tribu à tribu ou de contrée à contrée ; puis d'empire à empire, et, plus tard, par la force même des choses et des progrès de la navigation, de continent à continent, à mesure que les hommes se sont multipliés et réunis pour former des tribus ou des empires.

Le commerce doit être considéré dans ses rapports avec les nationaux et dans ses rapports avec les étrangers ; dans le premier cas il se nomme commerce intérieur, et commerce extérieur dans le second.

La prospérité du commerce intérieur dépend : 1° de la division bien entendu du travail ; 2° des voies ou moyens de communication ; 3° des restrictions qui lui sont imposées.

La division du travail bien comprise est le premier principe de toute industrie ; et de même que la division des produits naturels existe, celle du travail a dû se produire sur l'indication même de la nature. La différence des climats a crée la différence des productions ; telle contrée offre du charbon en abondance et ne possède pas de fer ; telle autre est propice à la culture des céréales et non à la production des épices.

Il a été tout simple, tout naturel que les habitants de

chacune de ces contrées se livrassent de préférence à des occupations qui leur étaient plus profitables que d'autres. En agissant ainsi, les populations de ces contrées amélioraient non-seulement leur condition propre, mais encore celle des peuples des contrées qui les environnaient, en échangeant continuellement ceux de leurs produits qui leur devenaient inutiles.

Il s'est établi alors une division du travail même parmi ceux qu'une même industrie avaient réunis sur un même point ; car il eut été difficile alors que le producteur premier ayant réuni une grande quantité de produits, se mît à les débiter lui-même par petites quantités à tous ceux qui pouvaient en avoir besoin. Des marchands en détail se sont donc établis pour vendre, en aussi petites quantités que possible, les différents produits agglomérés en principe sur quelques points seulement.

Les moyens de communication, tels que les routes, les canaux, les chemins de fer, les bateaux à vapeur, jouent un rôle extrêmement important au point de vue des intérêts commerciaux, et exercent une grande influence sur la valeur des produits. Il suffit de comparer le temps qu'il fallait autrefois pour transporter une certaine quantité de marchandises, au temps qu'il faut actuellement pour faire le même trajet, pour rester convaincu qu'il a dû résulter de cette abréviation de temps une diminution sensible dans les frais divers de transport, et conséquemment une baisse sur la valeur des produits.

Mais là n'est pas toute l'importance qui découle de l'amélioration des voies de communication. Cette amélioration donne un intérêt à toutes les parties du pays le plus vaste, et fait cesser ou prévient toute tentative de monopole de la part des commerçants de certaines contrées particulières, en leur suscitant la concurrence de ceux des

autres contrées. Les rapports, devenus plus faciles, sont plus fréquents et mettent, pour ainsi dire, à la disposition de tous, une industrie qui ne peut plus rester isolée, qui ne peut plus devenir le privilége d'un petit nombre et dont les avantages sont immédiatement appréciés.

### DU COMMERÇANT.

Le commerçant est celui qui exerce des actes de commerce, et en fait sa profession habituelle.

Un mineur émancipé de l'un et de l'autre sexe, âgé de dix-huit ans accomplis, ne peut en commencer les opérations, ni être réputé majeur, quant aux engagements par lui contractés pour fait de commerce : 1° S'il n'a pas été préalablement autorisé par son père ou par sa mère, en cas de décès, interdiction ou absence du père, ou à défaut du père et de la mère, par son tuteur, homologué suivant la loi ; 2° Si en outre l'acte d'autorisation n'a été enregistré et affiché au greffe du lieu ou le mineur veut établir son domicile.

La femme ne peut-être marchande publique sans le consentement de son mari.

La femme, si elle est marchande publique, peut, sans l'autorisation de son mari, s'obliger pour ce qui concerne son négoce, et, au dit cas, elle oblige son mari s'il y a communauté entre eux. Elle n'est pas réputée marchande publique si elle ne fait que détailler les marchandises du commerce de son mari : elle n'est réputée telle que lorsqu'elle fait un commerce séparé.

Les mineurs marchands, autorisés comme il est dit ci-dessus, peuvent engager et hypothéquer leurs immeubles. Ils peuvent même les aliéner en suivant les formalités prescrites par la loi.

Les femmes, marchandes publiques, peuvent également engager, hypothéquer et aliéner leurs immeubles. Toutefois, leurs biens stipulés dotaux, quand elles sont mariées

sous le régime dotal, ne peuvent être hypothéqués et aliénés que dans les cas déterminés et avec les formes réglées par la loi et avec l'autorisation de leurs maris.

### DES ACTES OU OPÉRATIONS DU COMMERCE.

Les principales opérations du commerce sont : l'achat, la vente, le payement, la recette, l'achat pour compte, la vente pour compte, la recette, pour compte, le payement pour compte, l'escompte, la négociation, l'escompte pour compte, la négociation pour compte, l'ouverture de crédit ou la remise de lettres de crédit, etc.

Acheter et vendre sont les deux principales opérations du commerce ; la différence entre le prix d'achat et le prix de vente constitue la perte ou le bénéfice du commerçant : sa perte si cette différence est en moins ; son bénéfice si cette différence est en plus.

Le bénéfice du commerçant est absolu et relatif, comme sa perte est absolue ou relative.

Quand un commerçant achète une verge de soie 4 dollars et qu'il la revend 5, son bénéfice absolu est la différence entre le prix d'achat et celui de vente, ou 1 dollar, et son bénéfice relatif est $\frac{1 \times 100}{20} = 25$ p. 100.

Quand un commerçant achète une verge de drap 5 dollars et qu'il la revend 4, sa perte absolue est la différence entre le prix d'achat et le prix de vente, ou 1 dollar, et sa perte relative $\frac{1 \times 100}{25} = 20$ p. 100. D'où l'on voit :

1° Que ce que gagne le commerçant sur la totalité des marchandises qu'il a achetées et qu'il revend est son bénéfice absolu ; et que ce qu'il gagne pour cent est son bénéfice relatif :

2° Que ce que perd le commerçant sur la totalité des marchandises qu'il a achetées et qu'il revend est sa perte

absolue; et que ce qu'il perd pour cent est sa perte relative.

Pour évaluer la perte ou le bénéfice pour cent que peut faire un commerçant sur une quantité donnée de marchandises, il faut diviser le gain total par le prix total de cette marchandise et multiplier le résultat par 100.

DE L'ACHAT.

*L'achat* est l'acte commercial par lequel un commerçant acquiert la propriété d'une quantité déterminée de marchandises, moyennant un prix convenu entre celui qui achète la marchandise et la reçoit et celui qui la vend et la livre.

Tout achat met en présence deux intérêts, celui de l'acheteur et celui du vendeur, et donne conséquemment lieu à un contrat synallagmatique qui oblige les deux parties, l'acheteur de payer le prix, et le vendeur de livrer la chose achetée.

Il suit de là : 1° que l'acheteur, pour entrer en possession de ce qui fait l'objet du marché, doit en payer le prix en argent et dans les termes de la convention ; 2° que l'acheteur a droit à une indemnité dans le cas de la non-livraison de l'objet acheté ; cette indemnité est déterminée par les circonstances de l'opération.

L'achat est au comptant ou a terme ; il est au comptant quand l'acheteur remet immédiatement, en retour de l'objet qu'il acquiert, une valeur équivalente en argent.

L'achat est à terme quand l'acheteur obtient du vendeur la faculté de différer d'un temps plus ou moins long le payement de l'objet acheté et de solder avec des effets à plusieurs mois de date.

L'achat au comptant est au pair ou avec escompte.

On dit que l'achat est au pair quand le prix de l'objet ne subit aucune diminution.

On dit que l'achat est avec escompte quand le prix de l'objet subit une diminution. Cette diminution est appelée escompte.

Dans le premier cas, l'achat ne nécessite qu'une simple multiplication : c'est lorsque, connaissant le prix d'une unité, d'une verge, par exemple, on veut connaître celui de plusieurs.

Dans le second cas, c'est-à-dire quand l'achat est avec escompte, il nécessite le plus souvent une multiplication et toujours une règle d'escompte.

DE LA VENTE.

En raisonnant comme nous l'avons fait sur les deux opérations précédentes, nous les avons considérées, par rapport à nous ; de là le nom d'achat. Mais si nous nous plaçons, pour un instant, au point de vue du commerçant avec lequel nous avons opéré, le caractère ou la nature de ces opérations change ; elles ne seront plus des achats, mais bien des ventes.

L'achat ne peut avoir lieu sans que la vente n'ait lieu également ; ces deux opérations sont le double résultat de cette transmission de propriété qui passe d'une main dans une autre main, qui cesse d'apartenir à une personne pour appartenir à une autre.

La *vente* qui suppose toujours un achat antérieur, est l'acte commercial par lequel un commerçant cède à une autre personne une quantité déterminée de marchandise, moyennant un prix convenu entre celui qui vend cette marchandise et la livre, et celui qui l'achète et la reçoit.

La vente suppose toujours le commerçant ; il n'en est pas de même de l'achat, tout le monde achète ; le commerçant seul vend.

Les conséquences de la vente sont les mêmes que celles de l'achat ; il suit de là : 1° que le vendeur ne peut entrer

en possession du prix de la chose qu'il a vendue qu'après l'avoir livrée ; 2° que faute de faire livraison, il doit une indemnité à l'acheteur, indemnité réglée par les conventions ou les conditions de l'opération ; 3° que, puisque l'achat est au comptant ou à terme, la vente est forcément au comptant ou à terme ; et puisque l'achat au comptant est au pair ou avec escompte, la vente est de même forcément au pair ou avec escompte.

La vente est au comptant quand le vendeur reçoit immédiatement en retour de l'objet vendu une valeur équivalente, soit en espèces, soit autrement.

La vente est à terme, quand le vendeur accorde à l'acheteur, pour en être payé, un temps plus ou moins long et fixé de gré à gré.

La vente est au pair, quand le prix de l'objet ne subit aucune réduction.

La vente est avec escompte, quand le prix de l'objet vendu subit une réduction appelée escompte.

Les opérations arithmétiques à faire pour la vente sont les mêmes que celles que l'on doit faire pour les achats ; c'est-à-dire : 1° une multiplication seulement quand l'opération est sans escompte, et que, connaissant le prix d'une unité, on veut connaître celui de plusieurs ; 2° une multiplication et une règle d'escompte, quand l'opération se fait avec une réduction, et que, connaissant la remise pour une quantité déterminée, on désire connaître ce qu'elle est pour une quantité quelconque.

DU PAYEMENT.

On appelle *payement* l'acte commercial par lequel un commerçant acquitte une dette contractée antérieurement, pour fait de commerce, lorsqu'il n'avait d'abord consenti qu'un engagement moral, soit par paroles, soit autrement.

Un payement peut être fait : 1° en espèces ; 2° en espèces et en billets ; 3° en billets seulement.

Un payement en espèces peut-être fait au pair ou avec escompte.

On dit qu'un payement en espèces est fait au pair quand celui qui l'effectue remet intégralement, sans diminution, le total de la dette qu'il avait contractée.

On dit qu'un payement en espèces est fait avec escompte quand celui qui l'effectue retient pour chaque 100 dollars qu'il remet, une certaine somme très variable, le plus ordinairement de 3, 4, 5, 6 ou 7 dollars, appelée escompte.

Dans le payement au pair, l'opération commerciale ne nécessite aucune opération arithmétique, la somme à payer ayant été déterminée par l'achat qui a précédé.

Dans le payement avec escompte, la somme à retenir est déterminée par l'opération arithmétique appelée *règle d'escompte.*

### DE LA RECETTE.

On appelle *recette* l'acte commercial qui consiste à recevoir une somme quelconque en payement de marchandises vendues précédemment et qui n'étaient garanties que par un engagement moral.

Comme la vente suppose toujours l'achat, réciproquement, le payement suppose également la recette. Donc, si en recevant une somme quelconque nous opérons une recette, la personne avec laquelle nous contractons *actuellement* opère un payement. Ces deux opérations, de même que la vente et l'achat, sont corrélatives et simultanées, de sorte qu'en supposant l'une on suppose nécessairement l'autre.

Sauf l'action essentielle, celle qui consiste à remettre une somme d'argent au lieu de la recevoir, les circonstances du payement sont les mêmes que celles de la recette; elles donnent l'une et l'autre les mêmes opérations arithmétiques à faire.

DE L'ACHAT POUR COMPTE.

On appelle *achat pour compte* l'acte commercial par lequel on acquiert, pour compte d'autrui, une quantité déterminée de marchandises, moyennant un prix loyalement débattu et librement consenti par les deux parties.

La personne qui opère dans ces conditions s'appelle généralement commissionnaire en marchandises, et reçoit un droit qui varie de ½ à 6 pour 100 suivant la nature des marchandises. Cette rémunération s'appelle commission.

Pour être commissionaire en marchandises, il faut non seulement avoir en vue les intérêts bien entendus des personnes pour lesquelles on opère, mais il faut surtout avoir une connaissance parfaite des marchandises que l'on a mission d'acheter ou de vendre ; en apprécier la valeur véritable ; se rendre compte de l'état de la production, de la situation des marchés ; apprécier la valeur des demandes et les comparer judicieusement aux offres pour en tirer les conséquences les plus profitables aux intérêts que le commissionnaire représente ; et puisqu'il peut agir, comme mandataire, au nom de commerçants divers intéressés dans ses opérations, il doit posséder à lui seul les connaissances que possède chaque industriel dont les intérêts lui sont momentanément confiés.

Quand un commissionnaire en marchandises reçoit des marchandises en consignation et qu'il fait des avances d'espèces sur ces marchandises, soit 25 ou 50 p. 100, il prend le nom de consignataire. Dans ce cas, il est privilégié sur la vente des marchandises en consignation ; c'est-à-dire que quand la vente des marchandises a lieu, il se rembourse des avances faites par lui, de leur intérêt, du droit de commission et des frais divers que cette opération a provoqués.

Le droit de commission varie de ½ à 6 p. 100 : il est ordinairement de ½ à 2 p. 100 pour les matières premières,

de 2 à 4 p. 100 pour les étoffes, etc. ; de 4 à 6 p. 100 pour toutes les marchandises de détail.

Au droit de commission est presque toujours ajouté un second droit appelé *prime d'assurance* ou *prime de garantie.*

Les opérations à la commission, soit vente, soit achat, nécessitent l'application de l'opération arithmétique appelée *règle d'intérêts.*

DE LA VENTE POUR COMPTE.

La *vente pour compte* est l'acte commercial par lequel on cède, pour compte d'autrui, une quantité déterminée de marchandises, moyennant un prix librement consenti et accepté par les deux parties contractantes.

Cette opération, faite dans les mêmes conditions que l'achat, en subit les mêmes conséquences.

DE LA RECETTE ET DU PAYEMENT POUR COMPTE.

Dans les affaires commerciales il arrive assez fréquemment qu'un commerçant donne à un de ses correspondants de la même ville ou d'une autre localité, l'ordre de recevoir ou de payer pour son compte une somme déterminée. Ces sortes d'opérations se nomment recettes et payements pour compte et donnent lieu aux comptes appelés *comptes courants,* et *d'intérêts.*

La *recette pour compte* est une opération qui consiste à recevoir sur l'ordre et pour le compte d'un correspondant une somme déterminée.

Le *payement pour compte* est une opération qui consiste à remettre sur l'ordre et pour le compte d'un correspondant une somme également déterminée.

Quand les valeurs sont reçues ou fournies dans les conditions que nous venons d'indiquer, on en calcule les intérêts comme aux comptes d'intérêts. (1)

(1) Voir la Tenue des livres, aux comptes courants, et d'intérêts.

Il est en effet évident que pour obliger un de ses correspondants, un commerçant ne saurait distraire de son commerce des sommes souvent fort importantes, sans nuire à ses intérêts personnels ; il a donc le droit de retirer un intérêt des sommes fournies en quelque sorte à titre d'avances, et ce bénéfice est minime si on le compare à celui qu'il en aurait pu retirer en achat de marchandises ou autrement.

### DE LA NÉGOCIATION ET DE L'ESCOMPTE.

Pour donner au commerce plus de facilité et une plus libre impulsion, on a dû rechercher les moyens de faciliter les échanges. D'une part, la quantité de numéraire étant insuffisante pour faire face à des obligations trop nombreuses ; d'un autre côté, l'impossibilité ou la possibilité onéreuse de faire voyager à de grandes distances des sommes souvent fort importantes, ces deux raisons ont donné lieu à la création d'une monnaie fictive qui présente toutes les garanties de sécurité et qui permet d'opérer très facilement d'une place à une autre sans déplacement de fonds.

Cette monnaie fictive n'est autre chose que ce que l'on appelle dans le commerce, *papier* ou *effets*, et comprend : 1° la *lettre de change ;* 2° le *billet à ordre ;* 3° le *mandat.*

### DE LA LETTRE DE CHANGE.

Une lettre de change est un acte commercial par lequel un commerçant donne l'ordre à une autre personne de payer a telle autre personne y désignée, ou à toute autre par voie d'endossement, une somme déterminée.

### FORME DE LA LETTRE DE CHANGE.

$......... Montréal, le...................1863

A......jours de vue, (ou à *une usance*, ou *à vue*, ou à...... jours *de date*, ou *à présentation*), payez (par cette seule lettre de change, ou par cette première de change, ne l'ayant pas fait sur la seconde et la troisième, suivant le cas), à

Monsieur............ ou à son ordre, la somme de.........
Dollars, pour valeur reçue et que vous passerez en compte.
suivant l'avis de (ou sans autre avis, de)

Votre serviteur,

TH. COTÉ.

A Monsieur M. Mercier,
Rue Desfossés, N° 91,
Québec.

Pour que la lettre de change ait le caractère qu'on lui assigne, c'est-à-dire pour qu'elle soit légale, il faut :

1° Qu'elle soit tirée d'un lieu sur un autre ;

2° Quelle soit datée ;

3° Qu'elle énonce : 1° la somme à payer ; 2° le nom de celui qui doit la payer ; 3° l'époque et le lieu où le payement doit-être effectué ; 4° la valeur fournie.

4° Qu'elle soit à l'ordre d'un tiers ou à l'ordre du tireur lui-même ;

5° Qu'elle exprime si elle est première, seconde, troisième, etc.

Tout individu qui souscrit une lettre de change fait par cela seul acte de commerce, s'engage pour la garantie du payement et se rend justiciable des tribunaux.

La loi n'admet que deux exceptions : 1° pour les femmes et les filles non commerçantes ; 2° pour les mineurs non commerçants.

Pour que la lettre de change soit réelle, il faut qu'elle ait une cause sérieuse, qu'elle ait pour objet la remise d'une somme d'argent de place en place et qu'elle soit payable dans un lieu autre que celui ou elle a été créée.

La lettre de change intéresse quatre personnes : 1° le tireur ; 2° le tiré ; 3° l'acheteur ; 4° le payé.

Le tireur ou souscripteur est celui qui crée la lettre de change ; c'est celui qui en doit la valeur.

Le tiré ou débiteur et celui sur lequel la lettre est tirée ;

quand il l'a acceptée, il prend le nom d'accepteur. Par son acceptation il prend l'engagement de la payer à son échéance.

L'acheteur, qu'on appelle aussi preneur, est celui qui donne la valeur représentée par la lettre de change.

Le payé est celui à l'ordre de qui la lettre de change est tirée ; il peut en transmettre la propriété par voie d'endossement.

Celui qui possède une lettre de change prend le nom de porteur. Quand il en dispose, c'est-à-dire quand il la vend ou la cède, il écrit son nom au dos ; c'est ce qu'on appelle endosser, et la personne en faveur de qui cette opération a lieu, s'appelle endossée.

Une lettre de change est (payable) à vue, ou à une époque plus ou moins rapprochée ; à une ou plusieurs semaines, à un ou plusieurs mois : chacun des ces laps de temps se nomme *usance.* Mais quelque soit le nombre d'usances, c'est-à-dire de jours, de semaines ou de mois, elle doit l'indiquer clairement. La fin de ce temps s'appelle *échéance.*

A l'échéance de la lettre de change le tiré doit être en possession des fonds nécessaires pour la payer. Ces fonds se nomment *provision.* La provision et faite par le tireur.

On appelle *acceptation* la déclaration écrite sur le corps de la lettre de change, par laquelle le tiré s'engage à la payer le jour de son échéance ; cette déclaration s'exprime par le mot *accepté* suivi de la signature du *tiré.*

Quelquefois l'acceptation a lieu par intervention ; c'est quand, au moment du protêt, faute d'acceptation de la part du tiré, un tiers intervient et accepte la lettre de change pour le tireur ou pour l'un des endosseurs, pour faire honneur à la signature de la personne en faveur de laquelle il accepte.

Tous les signataires de la lettre de change sont solidaires et deviennent la garantie du porteur à défaut de payement du débiteur principal ; chacun d'eux a la garantie de recours contre ceux dont la signature précède la sienne.

Indépendamment de la double garantie de l'acceptation et de l'endossement, il en existe une troisième appelée *aval*. L'*aval* est un écrit par lequel celui qui le fournit se rend solidaire du payement de la lettre de change ; l'aval place donc celui qui le donne dans la même situation que les autres signataires de la lettre de change ; il subit les mêmes conséquences, il en court les mêmes obligations.

Le payement de la lettre de change doit avoir lieu à son échéance, et dans la monnaie qu'elle indique ; conséquemment elle doit être payée en argent banquable si le porteur l'exige.

Au moment du protêt faute de payement, toute personne peut intervenir pour payer la lettre de change ; mais il faut que cette intervention soit constatée dans l'acte de protêt ou à la suite de cet acte. Par cet acte, l'intervenant est de plein droit subrogé au lieu et place du porteur et doit remplir les mêmes formalités : seulement il ne peut avoir d'action que contre les mêmes individus que celui pour qui il paie pouvait actionner.

Le porteur d'une lettre de change a certains devoirs à remplir pour conserver ses droits ; que la lettre de change soit à vue ou à un délai quelconque de vue, il doit en exiger le payement le jour de l'échéance ; en cas de non-payement, il est tenu de le faire constater le lendemain par un acte nommé protêt faute de payement.

### DU BILLET A ORDRE.

Le billet à ordre est un acte commercial par lequel un commerçant s'engage à payer une somme quelconque à

une personne y désignée ou à toute autre par voie d'endossement.

*Forme de billet à ordre.*

$300.00 Montréal, le 1er Octobre 1863.

Deux mois de cette date, je promets de payer à l'ordre de B. H. Lemoine, au bureau de la Banque du Peuple, trois cents dollars, pour valeur reçue.

F. A......

Rue St. Jacques, N°...

Le billet à ordre diffère de la lettre de change en ce qu'il n'a pas pour objet, comme celle-ci, une remise de place en place, et en ce qu'il se fait *ordinairement* au domicile du souscripteur.

Il est daté, et énonce : 1° la somme à payer ; 2° le nom de celui à l'ordre de qui il est souscrit ; 3° l'époque à laquelle le payement doit être effectué ; 4° la valeur qui a été fournie, soit en marchandises, soit en espèces, ou autrement.

Les dispositions de la lettre de change lui sont généralement applicables.

DU MANDAT.

Le mandat est un acte, un écrit commercial transmissible par voie d'endossement, par lequel un commerçant invite un correspondant de payer une somme y désignée.

Cet acte est soumis aux mêmes conséquences que la lettre de change ; il n'en diffère qu'en ce qu'il ne peut être présenté à l'acceptation, attendu que l'usage commercial ne l'admet pas.

*Forme du mandat.*

$150.00 Montréal, le 1er Octobre 1863.

A présentation, je vous prie de payer, par le présent mandat, à l'ordre de MM. Mercier et Fils, cent cinquante dollars, valeur reçue comptant.

F. A......

ESCOMPTE ET NÉGOCIATION DE BILLETS.

Ces différentes valeurs ou contrats sont négociables ; en d'autres termes on peut les céder, les vendre à quelqu'un au moyen d'une formalité appelée endossement, et qui consiste à opposer son nom au dos de ces valeurs, avec cette formule générale : *Payez à l'ordre de M......* L'acte qui consiste à céder l'une ou l'autre de ces valeurs s'appelle *négociation*, et celui qui consiste à les acquérir s'appelle *escompte*.

La négociation est donc l'acte commercial par lequel un commerçant cède la propriété d'un ou de plusieurs billets, qu'elles qu'en soient la valeur et la nature.

L'escompte est l'acte commercial par lequel un commerçant acquiert ou achète la propriété d'un ou de plusieurs billets, qu'elles qu'en soient aussi la valeur et la nature.

Cette double opération donne lieu à l'opération arithmétique appelée *règle d'escompte*. Elle a pour objet de déterminer la perte que doit subir celui qui négocie le billet ; conséquemment aussi le gain que doit faire celui qui l'escompte.

Si l'escompte était pour 1 mois, on prendrait le douzième de la somme proposée, multipliée par le taux divisée par 100.

Le $\frac{1}{6}$ pour 2 mois ;
Le $\frac{1}{4}$ pour 3 mois ;
Le $\frac{1}{3}$ pour 4 mois ;
Le $\frac{1}{4}$ et le $\frac{1}{6}$ pour 5 mois ;
La $\frac{1}{2}$ pour 6 mois ;
Le $\frac{1}{3}$ et le $\frac{1}{4}$ pour 7 mois, ou la $\frac{1}{2}$ et le $\frac{1}{6}$ de la $\frac{1}{2}$ ;
Les $\frac{2}{3}$ pour 8 mois ;
La $\frac{1}{2}$ et le $\frac{1}{4}$ ou les $\frac{3}{4}$ pour 9 mois ;
La $\frac{1}{2}$ et le $\frac{1}{3}$ pour 10 mois ;
La $\frac{1}{2}$, le $\frac{1}{4}$ et le $\frac{1}{6}$ pour 11 mois.

Mais quand l'intérêt porte sur un certain nombre de jours, pour trouver cet intérêt, il faut après avoir trouvé l'intérêt d'un an, diviser cet intérêt par 360, nombre de jours de l'année et multiplier le quotient par le nombre de jours proposés.

### OUVERTURES DE CRÉDIT ET REMISE DE LETTRES DE CRÉDIT.

Dans les affaires, les voyages se renouvellent souvent et sont quelquefois fort longs. Quand un commerçant fait des voyages pour sa maison, au lieu de s'embarrasser de l'argent qui lui est nécessaire, il le dépose chez un banquier en relation avec le pays ou la ville qu'il doit visiter, et se fait remettre, en retour, une lettre de crédit pour une maison de la même ville. Ce banquier ouvre ainsi un crédit au commerçant.

Ouvrir un crédit à quelqu'un, c'est donc autoriser ce quelqu'un, par écrit, à recevoir de celui près duquel il est adressé l'argent dont il peut avoir besoin.

La lettre de crédit est l'autorisation, le titre au moyen duquel celui qui en est porteur peut toucher jusqu'à concurrence de la somme qui y est désignée.

Bien que la lettre de crédit soit le contrat de change réduit à sa plus simple expression, elle n'entraine aucune des obligations de la lettre de change. Aussi le porteur peut-il toucher tout ou partie de la somme qui y est portée, quand et comme il lui plaît ; de même la personne à qui elle est adressée peut n'y point faire face, sans courir les risques qu'entraîne toujours le non payement de la lettre de change.

### DES ANNUITÉS.

On appelle *annuités* des payements égaux faits, rarement par années, mais par semestres, par trimestres ou par mois, pour le remboursement d'un capital emprunté et des intérêts composés de ce capital.

Dans toute question d'emprunt, l'emprunteur s'engage à rembourser le capital et ses intérêts, soit simples, soit composés, à une époque convenue d'avance entre les parties intéressées ; dans la question des annuités, le remboursement se fait par fractions du capital y compris les intérêts composés, et cela échelonné, c'est-à-dire d'époque en époque.

Mais ici se présente une particularité qui n'existe pas pour les emprunts ordinaires et leur remboursement : les remboursements qu'effectue l'emprunteur sont considérés comme des payements anticipés dont le prêteur lui doit les intérêts. Dans toute question de cette nature, il y a donc un double calcul à faire : 1° celui des intérêts composés dus au prêteur pour le capital prêté ; 2° celui des intérêts composés dus par le prêteur à l'emprunteur pour les sommes que celui-ci lui rembourse.

La condition principale dans toute question d'annuités, c'est que la somme de ces annuités et des intérêts composés, doit être égale au capital emprunté y compris ses intérêts composés pendant la durée du prêt.

DES BANQUES.

Les banques sont des administrations publiques destinées à faciliter les opérations commerciales, soit en servant de caissier aux négociants, soit en leur avançant de l'argent sur valeurs de portefeuille.

Leurs opérations consistent :

1° A escompter les effets de commerce ;

2° A recevoir les effets qui leur sont remis pour l'encaissement ;

3° A ouvrir des comptes courants ;

4° A recevoir des dépots volontaires ;

5° A recevoir des dépots avec intérêt de 4 pour 100 ;

6° A faire des avances sur effets publics ;

7° A délivrer des billets à ordre.

En échange des valeurs que ces opérations font entrer dans leurs portefeuilles, elles ont le privilége d'émettre des billets au porteur et à vue qui ne leur coûtent rien et leur rapportent près de 9 pour 100. Les porteurs de ces billets sûrs de se faire rembourser quand ils le voudront, les gardent et les remettent comme argent à d'autres personnes. Il arrive ainsi que l'argent reste dans les caves des banques qui, à cause de cette circonstance, émettent un plus grand nombre de billets que ceux représentant les valeurs monétaires en leur possession. Cette manière d'opérer présente peu de dangers parce qu'elles ont en portefeuille les valeurs représentatives de ces billets.

DES BANQUES D'ÉPARGNE ET DE LEUR IMPORTANCE.

Nous ne saurions trop recommander l'étude des intérêts composés aux jeunes gens et aux ouvriers ; il est certain que celui qui saura calculer ce que produit un capital quand on en cumule la rente, ne manquera pas de faire fructifier ses économies en plaçant successivement de petites sommes, qui, jointes à leurs intérêts cumulés, produiront à la fois un fort capital et des ressources pour l'avenir.

Il existe à Montréal deux caisses d'épargne où l'on reçoit jusqu'à la somme de 1 dollar. Ces deux établissements offrent toutes les garanties désirables pour la sécurité des placements, et il serait à souhaiter que les classes agricoles et ouvrières profitassent d'avantage des ressources qu'elles peuvent y trouver.

Ces banques donnent le moyen, non seulement de mettre en sûreté, mais encore de rendre productives toutes les petites sommes, au fur et à mesure qu'elles sont gagnées ; par là il n'y a plus de tentations de les dépenser, car lorsqu'on a ainsi placé son argent, il est rare qu'on le retire sans nécessité.

Les personnes, à qui nous conseillons principalement ces placements, ne sont presque jamais en état d'apprécier la solvabilité des particuliers à qui on peut prêter des sommes ; d'ailleurs, il s'en trouve peu qui en acceptent de petites, et il arrive aussi que, dans l'embarras de trouver quelqu'un qui se charge de faire valoir un petit capital, le pauvre habitant et ouvrier le confie souvent à un fripon qui fait banqueroute, et lui enlève le fruit de plusieurs années de son travail.

Nous regrettons sincèrement qu'on n'introduise pas dans les écoles primaires les *caisses* d'épargne, dans lesquelles on pût recevoir des dépôts de 5, 10, 15, 20 et 25 cents.

### DES ASSURANCES.

Assurer une valeur quelconque, c'est en établir la garantie. On établit cette garantie moyennant une somme déterminée à tant pour cent, que l'on paye à l'assureur et que l'on appelle prime d'assurance.

L'acte qui établit les conventions stipulées entre les parties, les droits de l'assuré et ceux de l'assureur, se nomme police d'assurance.

Les primes d'assurance varient en raison directe des risques des valeurs assurées ; plus les risques sont grands, plus les primes sont élevées : il en est ainsi pour les voyages en mer ; moins les risques sont considérables, moins les primes sont élevées. Il en est de même pour certaines propriétés.

### DE LA TARE.

*Tare* se dit ordinairement de l'emballage et de l'enveloppe des marchandises que l'on expédie d'une place sur une autre et qui donnent lieu à un rabais ou à une diminution ; car ce ne sont pas les enveloppes qu'achète le commerçant, mais la marchandise seulement.

Soit un boucaut de sucre acheté à 8 cents la livre ; du poids brut on devra soustraire le poids du boucaut, et multiplier la différence par 8 cents. Le produit sera la somme qu'il faudra payer.

## DES FRAIS DE TRANSPORT.

Les frais de transport sont quelquefois considérés pour l'acheteur comme une augmentation de la marchandise achetée ; c'est quand ces frais sont à sa charge. Cela arrive presque toujours. Le commerçant alors ajoute à la valeur de la marchandise tous les frais que lui occasionne son transport, l'assurance, etc., et établit son prix de vente d'après son prix de revient.

## DES AVARIES.

On appelle *avaries* certains dommages, certains accidents arrivés aux marchandises en voie d'expédition ; ayant perdu de leur qualité ou de leur quantité, elles subissent nécessairement une dépréciation, et par suite une réduction dans leur prix. Cette réduction de prix se règle d'un commun accord entre les parties contractantes et de gré à gré à tant pour cent.

# TABLE DES MATIÈRES.


| Leçon | | Sujet | Pages. |
|---|---|---|---|
| 1er | Leçon. | Préliminaires | 5 |
| 2e | " | Numération | 7 |
| 3e | " | Principes généraux de numération | 11 |
| 4e | " | Des fractions décimales | 13 |
| 5e | " | Des opérations de l'arithmétique | 17 |
| 6e | " | Addition des nombres entiers | 19 |
| 7e | " | Soustraction des nombres entiers | 25 |
| 8e | " | Multiplication des nombres entiers | 31 |
| 9e | " | Suite de la multiplication des nombres entiers | 37 |
| 10e | " | Division des nombres entiers | 42 |
| 11e | " | Suite de la division des nombres entiers | 48 |
| 12e | " | Addition des nombres décimaux | 55 |
| " | " | Soustraction " | 56 |
| 13e | " | Multiplication " | 58 |
| " | " | Division " | 59 |
| 14e | " | Des fractions ordinaires | 61 |
| 15e | " | Réductions de fractions | 65 |
| 16e | " | Suite des réductions de fractions | 73 |
| 17e | " | Addition des fractions | 77 |
| " | " | Soustraction " | 78 |
| " | " | Multiplication " | 79 |
| 18e | " | Division " | 83 |
| " | " | Réduction des fractions ordinaires en fractions décimales et réciproquement | 85 |
| 19e | " | Poids et mesures | 87 |
| " | " | Mesures de monnaies | 88 |
| 20e | " | Mesures de poids | 91 |
| 21e | " | Mesures de longueur | 93 |
| " | " | " superficie | 94 |
| " | " | " cubiques | 95 |
| 22e | " | " de capacité | 96 |
| 23e | " | Système français des poids et mesures | 98 |
| 24e | " | Des nombres complexes | 103 |
| " | " | Réductions des nombres complexes | 104 |
| 25e | " | Addition " | 107 |
| 26e | " | Soustraction " | 109 |
| 27e | " | Multiplication " | 111 |
| 28e | " | Division " | 118 |
| 29e | " | Rapports et proportions | 127 |
| 30e | " | Règle de trois | 135 |
| 31e | " | " d'intérêt | 142 |
| 32e | " | Suite de la règle d'intérêt | 147 |

| | | | | Pages. |
|---|---|---|---|---|
| 33e Leçon. | Règle | d'escompte | | 153 |
| 34e | " | " | de société | 162 |
| 35e | " | " | de répartition proportionnelle | 169 |
| 36e | " | " | de mélange et d'alliage | 175 |
| 37e | " | " | d'Echange et de Troc | 184 |
| " | " | " | de l'Echéance commune | 186 |
| 38e | " | " | de Change | 192 |
| 39e | " | " | des Moyennes | 195 |
| 40e | " | " | de Fausse position | 198 |
| 41e | " | " | sur les Assurances | 202 |
| 42e | " | Puissances et Racines des nombres | | 206 |
| 43e | " | Extraction de la Racine carrée des nombres | | 209 |
| 44e | " | Formation du Cube d'un nombre | | 214 |
| 45e | " | Extraction de la Racine cubique des nombres | | 217 |
| 46e | " | Progression | | 224 |

## IIe PARTIE.

| | |
|---|---|
| Du Commerce en général | 233 |
| Du Commerçant | 236 |
| Des Actes ou opérations du commerce | 237 |
| De l'Achat | 238 |
| De la Vente | 239 |
| Du Payement | 240 |
| De la Recette | 241 |
| De l'Achat pour compte | 242 |
| De la Vente pour compte | 243 |
| De la Recette et du Payement pour compte | " |
| De la Négociation et de l'Escompte | 244 |
| De la Lettre de change | " |
| Du Billet à ordre | 247 |
| Du Mandat | 248 |
| Escompte et Négociation de billets | 249 |
| Ouvertures de crédit et remise de lettres de crédit | 250 |
| Des Annuités | " |
| Des Banques | 251 |
| Des Banques d'épargne et de leur importance | 252 |
| Des Assurances | 253 |
| De la Tare | " |
| Des Frais de transport | 254 |
| Des Avaries | " |

E. Senécal, Imp.

Pages.
.. 153
.. 162
.. 169
.. 175
.. 184
.. 186
... 192
... 195
... 198
... 202
... 206
res 209
... 214
res 217
... 224

... 233
... 236
... 237
... 238
... 239
... 240
... 241
... 242
... 243
... "
... 244
"
...
... 247
... 248
... 249
... 250
"
...
... 251
... 252
... 253
"
...
... 254
"
...